

Франц Герман

Дифференциальная теория чисел

(www.franz-hermann.com)

«Яркая, вечно изменчивая полнота красок, случайностей, не поддающаяся нашему чувству разнообразия, живая природа, в сущности, построена на мере и на числе. Она согласована в своих тончайших проявлениях и, по существу, является частью единого стройного целого, единой структуры - организованности»

(В. И. Вернадский)

«Здесь мудрость. Кто имеет ум, тот сочти число зверя, ибо это число человеческое; число его шестьсот шестьдесят шесть»

(Откровение Иоанна Богослова «13:18»)

Число является одним из первичных объектов математики. Существует несколько различных точек зрения, отвечающих на вопрос, что такое число. Платоновский подход к этому вопросу говорит, что «математические понятия объективно существуют как особые сущности между миром идей и миром материальных вещей» [1, стр. 8]. Многие выдающиеся математики такие как Дедекин, Кантор, Эрмит придерживались платоновской точки зрения. Кантор «приписывал числам самостоятельное существование в царстве идей. Эрмит утверждал, что числа – не произвольные создания нашего ума, а существуют вне нас с такой же необходимостью, как и предметы объективной реальности, мы их встречаем или открываем и изучаем так же, как физики, химики или зоологи исследуют свои объекты» [1, стр. 9]. А Пифагор, как известно, обожествлял числа: «... число есть сущность всех вещей, и организация Вселенной в её определениях представляет собой вообще симметрическую систему чисел и их отношений» [2, стр. 16]. «Бог – учили пифагорейцы, - положил числа в основу порядка. Бог – это единство, а мир – множество и состоит из противоположностей. То, что приводит противоположности к единству и создаёт всё в космосе, есть гармония. Гармония является божественной и заключается в числовых отношениях... Блаженство есть знание совершенства чисел души» [3, стр. 129].

Мы не будем здесь заниматься рассмотрением различных философских взглядов на число. В этом вопросе автор придерживается мнения Пифагора и Платона. Мы постараемся заглянуть в этот удивительный мир чисел и посмотреть на него, как на некий фундамент плана Божественного творения. Можно не принимать такую точку зрения. Творец, мол, вовсе не нуждается ни в каком плане творения и число здесь не при чём. «Между тем числа выступают на самых «горячих» точках науки: то при изучении распределения планет в Солнечной Системе, то при объяснении сущности кода наследственности, то при выводе фундаментальных инвариантов в теоретической физике, то при объяснении периодической природы музыкального ряда и ряда Менделеева» [2, стр. 16-17], то при рассмотрении закономерностей в живой природе.

Уже из самых древних источников, дошедших до нашего времени, видно, что человечество с незапамятных времён пользовалось понятием числа. Правда сначала это были непозиционные системы числовых обозначений. «Крупным шагом вперёд, оказавшим колоссальное влияние на всё развитие математики, было создание

позиционных систем счисления» [4, стр. 52]. Было ли в этом Божественное провидение? Может быть, если бы наука пошла другим путём, то человечество уже сейчас могло бы запросто путешествовать к звёздам? Известный социолог, бизнесмен и исследователь творчества братьев Стругацких С. Б. Переслегин отмечает. «Понятно, что выиграло человечество, перейдя к позиционной записи числа. Гораздо труднее определить, что при этом было потеряно. И довольно трудно поверить в то, что за прогресс в информатике, за создание виртуальной реальности человечество, по всей видимости, заплатило отказом от звёзд» [5, стр. 530]. Действительно, поверить трудно.

Первые позиционные системы записи чисел появились в Вавилоне [4], правда не сохранилось никаких исторических сведений, как это произошло и было ли в этом Божественное провидение. В Библии мы тоже не находим на это ответа, хотя косвенные доказательства имеются.

Известный израильский математик Элиягу Рипс математически доказал [6], что в Библии, в Ветхом Завете зашифрована история человечества. Частичные фрагменты этой тайнописи уже расшифрованы при помощи компьютерных программ. Но возможно ли было создание компьютеров без позиционной записи чисел? Верится с трудом. А коль библейская тайнопись существует, то, стало быть, Бог знал, что человечество пойдёт по «позиционному» развитию понятия числа. А, может быть, не только знал, но и направлял.

Мы ещё вернёмся в нашем исследовании к вопросу о позиционной записи чисел. А теперь приоткроем дверь и войдём в удивительный и загадочный мир чисел, Вселенную чисел.

Основную аксиому нашего исследования, мы сформулируем чуть позже. Главным объектом нашего исследования будет натуральный ряд чисел N .

Я по образованию – геометр и теорией чисел никогда не занимался, если бы не один фантастический, прямо мистический случай, который во многом определил дальнейшую мою жизнь, и о котором теперь уже можно рассказать с уверенностью, что не попадешь в разряд умалишённых. Итак, всё по порядку.

Кончался день 20 апреля 1992 года. Я собирался ложиться спать. Как всегда, положил на тумбочку около кровати чистый лист бумаги, карандаш и поставил будильник.

Многолетняя практика теоретических исследований приучила меня всегда иметь ночью под рукой лист бумаги, карандаш и возможность быстро включить свет. Как известно, именно ночью зачастую приходят в голову решения задач, над которыми тщётно бился многие месяцы, а порой и годы. Со мной это случалось десятки раз, потому и выработалась такая привычка.

Я уже практически заснул, как вдруг отчётливо услышал голос. Я лежал на правом боку и было ощущение, что кто-то низко склонился к левому моему уху и отчётливо, ясно и громко произнёс: «**Необходимо исследовать число 666**». Голос был мужской, очень низкий, с оттяжкой на бас. Я мгновенно проснулся и зажёл свет. Естественно, никого не было. Я не испугался и не удивился. Взял карандаш и записал услышанную фразу на бумагу, поставил число и время. Будильник показывал ровно 12 часов ночи. Потом снова лёг и мгновенно заснул.

На следующий день, придя с работы, я вспомнил ночное происшествие. Листок с записанной фразой я оставил на своём домашнем рабочем столе.

Перечитав услышанную фразу несколько раз, я немного растерялся. Написанное не было решением или подсказкой к решению тех задач, над которыми я в то время работал. Не заметил я в этом и какой-то новой оригинальной проблемы. У меня уже были случаи, когда новые задачи «приходили» в ночное время. Что за число **666** я, конечно же, знал, хотя к тому времени Библию не читал и даже в руках не держал, да у меня её и не было. И что значит «исследовать число»? Так, не придя ни к какому

решению, я вернулся к своим текущим занятиям. Листок с записанной фразой я не выбросил. Это тоже многолетняя привычка – хранить черновики до полной, так сказать, ясности.

Через несколько дней я случайно встретился с другом, с которым частенько обсуждаю свои текущие математические проблемы, и рассказал ему про ночной случай. Друг высказал предположение, что я на ночь читаю Библию и очень удивился моему недоумению - «причём здесь Библия?». Ещё через несколько дней он принёс мне Библию и показал то место из «Откровений», которое вынесено в эпиграф к этой части. По сути дела то, что сказано в Библии и то, что я слышал ночью – одно и то же. Конечно же, бывают удивительные совпадения. Бывают случаи, когда совершаются открытия и делаются изобретения людьми, живущими на противоположных сторонах Земли. Конечно, было бы интересно узнать сколько ещё людей слышали эту фразу во сне, но как это сделать? И я решил предпринять попытку в исследовании числа **666**, не предполагая, что эта работа захватит меня так, что все остальные дела уйдут на второй план, а в результате получится целый труд, который я потом назову «Дифференциальной теорией чисел». Но пока до этого было очень далеко.

Первое, что я сделал, я дал «имя» числу **666** и обозначил его буквой **Z**. Мне почему-то не понравилось упоминание какого-то зверя в связи с этим числом. Итак, **Z = 666**.

И всё-таки, с чего начинать исследования. Библия выделяет это число и связывает его каким-то образом с людьми. Поэтому я решил попытаться представить число **Z** в нашей действительности. Когда, например, на дню наступает число **Z**? Я представил число **Z** в часах и минутах, разделив его на 60. Получилось 11 часов 6 минут. Таким образом, если вести отсчёт от нуля часов, время **Z** в сутки наступает дважды, в 11 часов 6 минут и в 22 часа 12 минут.

Следующим шагом я решил узнать, что представляет собой число **Z** в часах и днях. Т. е. я разделил число **Z** на 24 и получил: **27 дней 18 часов**. Далее решил выяснить, когда же наступало это время **Z**, беря за точку отсчёта начало 1992 года.

1. 28 января в 18 ч. 00 мин.
2. 25 февраля в 12 ч. 00 мин.
3. 24 марта в 6 ч. 00 мин. (надо помнить, что 1992 год был високосный).
4. **21 апреля в 0 ч. 00 мин.**

Т. е. именно в это время я и слышал голос. Начинаясь какая-то мистика. Я подсчитал сколько полных дней прошло с начала года до знамения (я стал называть этот случай – час знамения). Оказалось 111 дня. Т. е. умножив число 111 на 6 получалось число **Z**. С другой стороны, прибавив к числу 1992 число 6 получим утроенное число **Z**.

Почти каждый вечер я играл с числами и находил удивительные закономерности, связанные с числом **Z**. Забегая вперёд скажу, что период с 1998 г. по 2001 г. был насыщен пристальным вниманием к числу **Z**. Почти в каждом номере немецкого журнала «2000. KOSMOS ERDE MENSCH» появлялась статья, связанная с числом **Z**. Но надо сказать, не в обиду этому интересному журналу, всё выглядело как-то уж по-детски. Никто даже не заметил, что число **1998 = 3 × 666**. Почему-то все ждали 1999 года. Самым «крутым» достижением в поисках числовых закономерностей в этих

статьях, было выражение: $\sum_{n=1}^{36} n = Z$.

Мой трактат к тому времени был давно завершён. Я закончил над ним работать в октябре 1993 года. Я упаковал его в папочку и спрятал подальше. Честно сказать я и сам был удивлён для чего я всё это делал. Кроме всяких числовых закономерностей в

нем были различные кабалистические знаки, связанные с числом Z , превращения чисел путём отражения в зеркалах, связь числа Z с магическими квадратами, вводились системы счисления с отрицательным основанием (например, $Z_{-11} = Z$) и многое другое. Всё это походило на теоретическое пособие для какой-нибудь секты «сатанистов». Поэтому я свой трактат никому не показывал и никому о нём не говорил.

Где-то в конце 1998 года я работал над небольшой лекцией под названием «Математика в живой природе» (меня попросили выступить перед школьниками – победителями математических олимпиад Саксонии). В этой лекции много места отводилось «золотому» сечению. Помню, зачем-то мне понадобилось узнать, в каких угловых пропорциях с точностью до градуса надо разрезать круг, чтобы получить «золотое» сечение. Наилучшее приближение давало отношение $222 : 138$. Т. е.

$\frac{222}{138} \approx \varphi$, где $\varphi = 1,6180339\dots$ - «золотое» сечение, а $222^\circ + 138^\circ = 360^\circ$ - полный круг. И

тут я вспомнил, что что-то подобное я уже где-то видел. Так начался второй виток в исследовании числа Z .

Одно из самых красивых числовых выражений, связанных с числом Z , которое удалось мне найти, имеет вид: $2^2 + 3^2 + 5^2 + 7^2 + 11^2 + 13^2 + 17^2 = Z$ т. е. сумма квадратов **семи последовательных простых чисел** равна Z . Для интереса покажу ещё одно выражение из того трактата о числе Z , правда, не относящееся к дальнейшим исследованиям: $17^3 - 13^3 - 11^3 - 7^3 - 5^3 - 3^3 - 2^3 = Z + 6 \cdot 6 \cdot 6$. Как видим, в левой части стоят всё те же семь последовательных простых чисел. Но вернёмся к выражению. Это выражение можно представить геометрически следующим образом

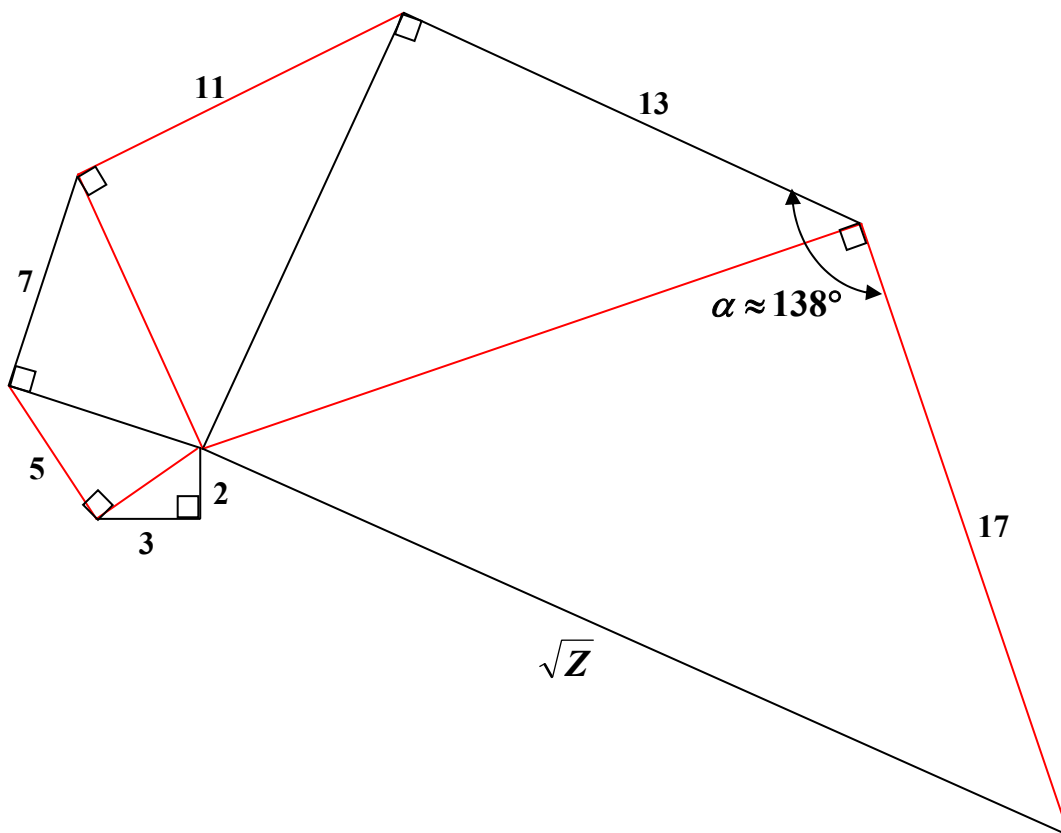


Рис. 1

Вновь встретилось число **138**.

Далее в тексте было отмечено, $360 - 138 = 222$, а $3 \cdot 222 = Z$.

Дальше исследования начали развиваться таким образом.

Я решил применить метод Пифагора - найти сумму всех делителей числа Z , включая 1 и не включая само это число. Получил число 816 . Я назвал это число производным числом от числа Z . Затем я вычислил разность 816 и Z , получил число 150 . Когда я вычислил производное число от числа 150 , то получил число 222 . Это меня несколько удивило. И уже совсем я был изумлён, когда выяснилось, что производным числом от числа 138 является число 150 . Как-то всё завязывалось.

Потом я ввёл следующие обозначения. Производное число порядка k от натурального числа n обозначалось как $\partial^k n$. Т. е. $\partial^2 138 = 222$. Далее выяснилось, что $138 + \partial^5 138 = Z$. Я уже не удивлялся.

Поиграв с числами таким образом ещё несколько дней и получив множество красивых числовых выражений для чисел 138 и Z , я пришёл к мысли, а почему бы не исследовать весь натуральный ряд таким образом.

По сути дела, с этого момента и начинается создание исследования, которое позднее я назвал «Дифференциальная теория чисел», а число Z явилось просто своеобразным ключом, которым была открыта дверь в удивительный мир чисел.

К этому времени я уже переоткрыл формулу (которую ранее не знал), для вычисления производного числа n , которое можно представить в виде произведения двух взаимно простых чисел. Т. е. если $n = k_1 \cdot k_2$, где $(k_1, k_2) = 1$, то

$$\partial n = k_1 \partial k_2 + k_2 \partial k_1 + \partial k_1 \partial k_2 \quad (1)$$

Запись $(k_1, k_2) = 1$ является общепринятой в теории чисел и говорит о том, что числа k_1 и k_2 не имеют никаких общих делителей кроме единицы. Также я ввёл ещё «свёрнутое» выражение для формулы (1):

$$\partial n = \left(\begin{array}{cc} k_1 & k_2 \\ \partial k_1 & \partial k_2 \end{array} \right) \Delta, \quad (2)$$

направления сторон треугольника Δ символически указывают какие элементы надо между собой перемножать. Я это сделал, чтобы не было путаницы с традиционным обозначением матриц.

Всё это позволяло быстро вычислять производные числа. Я вычислял не только первые производные, а вычислял всю цепочку производных для данного числа. Для цепочек производных было введено обозначение: $n \Rightarrow n_1 \Rightarrow n_2$. Это значит, что $\partial n = n_1$, а $\partial n_1 = n_2$ и $\partial^2 n = n_2$. Цепочки производных первых 1000 натуральных чисел приведены в Приложении 2 «Цепочки производных чисел». Строя цепочки, возникла необходимость ввести понятие «собственного» и «несобственного» натурального числа. Что это значит. Если число n не является производным числом ни какого числа в цепочках, всех чисел меньших числа n , то такое число я назвал собственным. В противном случае – число называется несобственным. Пример цепочек.

1 \Rightarrow 1
 2 \Rightarrow 1
 3 \Rightarrow 1
 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1
 5 \Rightarrow 1
 6 \Rightarrow 6 \Rightarrow 6 \Rightarrow ...
 7 \Rightarrow 1
 8 \Rightarrow 7 \Rightarrow 1
 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1
 10 \Rightarrow 8 \Rightarrow 7 \Rightarrow 1
 11 \Rightarrow 1
 12 \Rightarrow 16 \Rightarrow 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1
 13 \Rightarrow 1
 14 \Rightarrow 10 \Rightarrow 8 \Rightarrow 7 \Rightarrow 1
 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1
 16 \Rightarrow 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1

Рис. 2

Если число, впервые появлялось среди производных чисел и чисел натурального ряда, то оно окрашивалось в красный цвет. Все дальнейшие его появления окрашивались в синий цвет. Т. о. собственные числа в натуральном ряде всегда имеют красный цвет, а несобственные – синий. Так называемые «совершенные» числа, для которых $\partial^k n = n$, оставались чёрными. С древних времён для таких чисел известна формула:

$$n = 2^{p-1}(2^p - 1), \quad (3)$$

где p - простое число.

Я строил цепочки производных, раскрашивал собственные и несобственные числа. Всё было нормально. Длина цепочек всё время колебалась. Но слишком длинных цепочек не было. И вдруг разразился скандал. Цепочка производных росла и не хотела обрываться. Более того, наступил момент, когда я вообще не смог вычислить очередную производную. Не хватало числовых позиций в калькуляторе (я работал кустарным образом). Тогда я решил написать простенькую программку и построить все цепочки заново. Заодно и проверить, не было ли раньше сделано ошибок. Компьютер повторил все результаты, а на том же самом числе программа «свалилась», после вычисления 108 производного числа. **Собственным числом этой цепочки производных оказалось число 138 ...!** Последним производным числом было число $\partial^{108} 138 = 1677601896$. По сравнению со всеми предыдущими числами цепочка числа **138** была как взрыв в размерной «жизни» натурального ряда (см. Приложение 1). Это число было почему-то особенным и я дал ему имя: $f = 138$. Я не стал переделывать программу и решил ввести понятие «**суперчисел**». А критерием для определения таких чисел стала моя компьютерная программа. Если не удавалось вычислить всю цепочку производных какого-то числа и программа «сваливалась», то такое число заносилось в разряд суперчисел.

Возникло искушение проверить цепочку числа Z . Но ничего особенного я там не заметил. Цепочка не длинная, более того, и само число Z оказалось к тому же несобственным. Я понял, что число Z уже сыграло свою роль.

Я предположил, что за числом f начнётся активное появление суперчисел. Но ничего подобного не произошло. Натуральный ряд продолжал свою размерную «жизнь». Был небольшой скачок на числе **180**, но цепочка «умерла» на 51 производном

Спектр натурального ряда выводился на экран компьютера. Здесь каждый кружок был представлен одним пикселем (точкой на экране) соответствующего цвета. Порядок наибольшего производного числа равнялся 80. Если во время вычисления очередного производного числа в цепочке совершенного числа было получено максимальное, по возможностям программы, число, а порядок производного был меньше 80, то вся цепочка до 80-го порядка окрашивалась в красный цвет. Таким образом выделялись «супер спектральные линии», т. е. цепочки производных для суперчисел.

В Приложении 2 показан спектр натурального ряда на интервале от 1 до 4830 числа. Весь интервал, исходя из возможностей компьютерной техники, разбивался на 5 частей, по 966 чисел в каждой части. Голубым цветом показана дополнительная сетка, делящая весь интервал на части по 138 чисел.

Для выявления суперчисел было исследовано 14490 чисел натурального ряда. Среди них оказалось всего 193 суперчисла. Как видим, суперчисла встречаются довольно редко. Среди них чисел типа kf было всего 10. Но среди оставшихся было 97 суперчисел, цепочки которых представляли собой цепочки чисел типа kf , отличные от тех десяти чисел, которые уже были в данном спектре. Какую-нибудь общую закономерность для остальных 86 суперчисел обнаружить пока не удалось. Т. о. влияние чисел kf на спектр натурального ряда довольно велико и очевидно. По крайней мере, мы это видим на данном интервале натурального ряда.

Для интереса приведём сравнительное распределение первых 193 суперчисел и первых 193 простых чисел на соответствующих интервалах натурального ряда чисел.

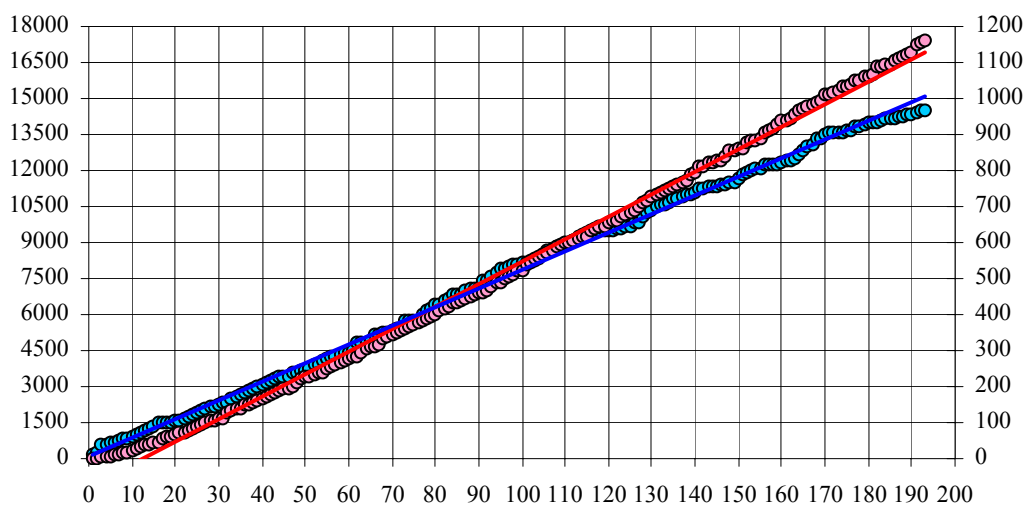


Рис. 4

Голубыми кружочками показаны суперчисла, розовыми – простые числа. Как видим, и те и другие не плохо располагаются вдоль соответствующих «асимптотных» прямых. На левой вертикальной оси графика приведён интервал для суперчисел, на правой оси – для простых чисел.

Надо подчеркнуть, что обнаружить особенность числа f стало возможным благодаря введению понятия собственных и несобственных чисел. Без этого определения число суперчисел во много раз было бы большим и особенность числа f не была бы столь очевидной. Мне не известно, проводились ли подобные исследования или нет, но уверен, что без определения понятия собственного числа исследование цепочек ни у кого не вызвало бы интереса, т. к. в этом случае на роль суперчисел

претендовали бы многие числа, а число f просто было бы среди них первым. Т. о., все числа в цепочке числа f были бы сами суперчислами. Если посмотреть на спектр натурального ряда (Приложение 1), то в данном случае все длинные синие спектральные линии соответствовали бы множеству суперчисел.

Но оставим на время число f . Пришла пора сформулировать основную аксиому настоящего исследования.

Аксиома:

Натуральный ряд чисел является абсолютном для любого разума в Мироздании.

Т. е. различные воплощения разума во Вселенной не важно, что лежит в основе их существования и в сколько измерениях их бытие протекает, имеют одинаковое понятие о натуральном ряде чисел. И как следствие этой аксиомы выдвигается

Гипотеза:

Натуральный ряд чисел содержит в себе числовые модели всех фундаментальных законов Мироздания, включая и модель сотворения самого разума.

Руководствуясь этой гипотезой, мы и продолжим исследования натурального ряда чисел (в дальнейшем: ряда N).

Те из читателей, кто уже сталкивался в своём образовании или самообразовании с высшей математикой, знают, что одним из важнейших разделов этой науки является математический анализ. Т. е. дифференциальное и интегральное исчисление. Пусть неискушённый читатель не пугается. Мы не будем здесь вдаваться в тонкости высшей математики, а приведём всего лишь несколько формул из математического анализа и дифференциальной теории чисел (ДТЧ), между которыми уже по внешнему виду можно провести аналогию.

Если даны две функции $u = u(x)$ и $v = v(x)$, то дифференциал их произведения вычисляется по формуле:

$$d(u \cdot v) = u \cdot dv + v \cdot du \quad (4)$$

Вспомним формулу (1): $\partial n = \partial(k_1 \cdot k_2) = k_1 \cdot \partial k_2 + k_2 \cdot \partial k_1 + \partial k_1 \cdot \partial k_2$. Как известно, математический анализ оперирует бесконечно малыми величинами, а бесконечно малые второго порядка просто опускаются. В противном же случае формула (4) имела бы вид: $d(u \cdot v) = u \cdot dv + v \cdot du + du \cdot dv$. Т. е. налицо полная аналогия этих формул. И это не единственное совпадение.

Дифференциал отношения двух функций u и v вычисляется по формуле:

$$d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u \cdot dv - v \cdot du}{v^2} \quad (5)$$

В ДТЧ тоже есть формула очень похожая на формулу (5). Если $n = \frac{x}{y}$ и

$(n, y) = 1$, то $\partial\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{y \cdot \partial x - x \cdot \partial y}{y(y + \partial y)}$. Сходство последней формулы и формулы (5)

очевидно. Справедливость последней формулы читатель может проверить самостоятельно. При этом надо помнить, что ДТЧ работает с числами ряда N .

Вспомним, что существуют совершенные числа, для которых $\partial^k n = n$. И в математическом анализе есть функция e^x , для которой $\frac{d^k}{(dx)^k}(e^x) = e^x$. Здесь выражение $\frac{d^k}{(dx)^k}$ не имеет принципиального отличия от выражения ∂^k . Это просто принятая форма записи.

Среди натуральных чисел существуют числа, которые называются дружественными. Они характерны тем, что $\partial n_1 = n_2$, а $\partial n_2 = n_1$. Например, $220 \Rightarrow 284 \Rightarrow 220 \Rightarrow \dots$. Это не единственный пример [см. 7, стр. 45].

И в математическом анализе есть функции, которые связаны формулами дифференцирования, аналогичными формулам дружественных чисел. Речь идёт о так называемых гиперболическом синусе $sh(x)$ и гиперболическом косинусе $ch(x)$, для которых $\frac{d}{dx} sh(x) = ch(x)$ и $\frac{d}{dx} ch(x) = sh(x)$. Т.е. мы опять имеем аналогию. Кроме того надо помнить, что $\frac{d}{dx} x = 1$, но и $\partial p = 1$, где p - простое число.

Отметим также, что для функции x^k в математическом анализе есть специальная формула дифференцирования: $\frac{d}{dx} x^k = k \cdot x^{k-1}$. И в ДТЧ для чисел p^k также есть своя формула:

$$\partial(p^k) = \frac{1}{p-1}(p^k - 1). \quad (6)$$

Глядя на все эти аналогии, можно предположить, что в ряде N заложена числовая модель фундаментального раздела математики, который называется математическим анализом.

Для будущих исследователей этих аналогий мы покажем несколько теорем ДТЧ.

Теорема 1:

Если $x + \partial x = y + \partial y$ и $(x, n) = 1$; $(y, n) = 1$, то справедлива формула:

$$n \cdot x + \partial(n \cdot x) = n \cdot y + \partial(n \cdot y), \quad (7)$$

здесь x, y, n принадлежат N .

Теорема 2:

Если $x + \partial x = y + \partial y$ и $\left(x, \frac{x}{n}\right) = 1$; $\left(y, \frac{y}{n}\right) = 1$, то справедлива формула:

$$\frac{x}{n} + \partial\left(\frac{x}{n}\right) = \frac{y}{n} + \partial\left(\frac{y}{n}\right), \quad (8)$$

Теорема 3:

Если $\partial x = y - x$ и $(x, n) = 1$, то справедлива формула:

$$\partial(n \cdot x) = n \cdot (y - x) + y \cdot \partial n \quad (9)$$

Теорема 4:

Если $x + y = \partial x + \partial y$ и $(x, n) = 1$, $(y, n) = 1$, то справедлива формула:

$$\partial(x \cdot n) + \partial(y \cdot n) = (n + 2 \cdot \partial n) \cdot (x + y) \quad (10)$$

Теорема 5:

Если корнями приведённого квадратного уравнения $x^2 + b \cdot x + c = 0$ являются простые числа, то $\partial c = 1 - b$.

Здесь b и c принадлежат ряду N .

Доказательства этих теорем просты и мы их здесь не приводим, оставляя это в качестве упражнения для заинтересованных читателей.

Продолжим исследование ряда N и разобьём всё множество чисел на четыре подмножества следующим образом.

Подмножество всех чётных чисел обозначим через S . Очевидно, что фундаментальным числом данного подмножества будет простое число 2 . Грубо говоря, чётные натуральные числа – это половина всех чисел ряда N . Числа множества S будем обозначать через s_i , где i – порядковый номер числа в множестве S .

Все нечётные числа разделим на три подмножества следующим образом. Подмножество U объединяет в себе числа $u_i \equiv 1 \pmod{6}$. Такая запись чисел читается так: число u_i сравнимо с числом 1 по модулю 6 . Это значит, что число $u_i - 1$ делится на число 6 без остатка. Т. о. можем записать: $u_i = 6i - 5$, где $i \in N$.

Следующее множество обозначим буквой V , а числа этого множества объединяются свойством: $v_i \equiv 3 \pmod{6}$ или $v_i = 6i - 3$. Фундаментальным числом этого множества будет простое число 3 , т. к. каждое число множества V делится на 3 .

Третье множество обозначим через W , где $w_i \equiv 5 \pmod{6}$ или $w_i = 6i - 1$.

Все четыре подмножества S , U , V и W исчерпывают все числа ряда N . Каждое из этих подмножеств характеризуется каким-то своим уникальным свойством.

Про множества S и V мы уже сказали. А множества U и W содержат все простые числа, кроме чисел 2 и 3 .

Сформулируем три теоремы о произведении нечётных чисел множеств U и W . Эти теоремы нам вскорости понадобятся.

Теорема 1:

Если даны два числа u_i и u_j , то их произведением будет число $u_k \in U$.

Теорема 2:

Если даны два числа u_i и w_j , то их произведением будет число $w_k \in W$.

Теорема 3:

Если даны два числа w_i и w_j , то их произведением будет число $u_k \in U$.

Доказательства этих теорем просты, поэтому мы покажем здесь доказательство только первой теоремы, а доказательство двух других теорем оставляем читателю.

Доказательство:

Рассмотрим ряд чисел множества U :

$$U: \quad 1, 7, 13, 19, \dots, u_n = 6n - 5.$$

Рассмотрим два числа u_i и u_j этого множества и вычислим их произведение.

$$u_i \cdot u_j = (6i - 5)(6j - 5) = 36ij - 30j - 30i + 25 = 6(6ij - 5j - 5i + 5) - 5.$$

Выражение в скобках в правой части равенства – это какое-то натуральное число n . Т. о., имеем: $u_i \cdot u_j = 6n - 5 \in U$. Что и требовалось доказать.

Аналогично доказываются и две другие теоремы.

С. Варкентин (Дрезден) предложил оригинальный метод доказательства сразу всех трёх теорем. По методу Варкентина надо расположить все числа множеств U и W на оси **целых** чисел следующим образом (Рис. 5).

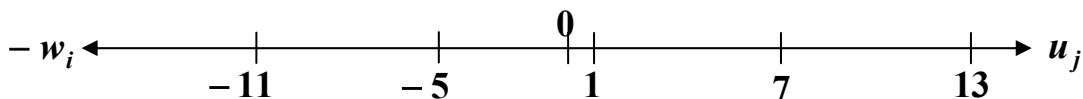


Рис. 5

Общая формула для чисел множества W имеет вид: $w_i = 6n - 1$. Слева от нуля располагаются числа множества W , а справа – множества U . Т. к., говоря о произведении, нас интересует в данном случае только его численное значение, а не знак, то будем считать числа множества W отрицательными. Тогда по правилу умножения целых чисел автоматически получаем доказательства сразу всех трёх теорем о произведении нечётных чисел.

Чем интересен для нас метод Варкентина? Этот метод хорош тем, что он не даёт жёсткой привязки множеств U и W к полуосям целых чисел. Действительно, мы свой выбор сделали совершенно произвольно, расположив числа множества W слева от нуля, а числа множества U – справа. А теперь поменяем местами числа этих множеств. Пусть слева от нуля будут лежать числа множества U , а справа числа множества W . Получаем противоречие теоремам о произведении нечётных чисел. Что же получается? Метод Варкентина не приемлен в данном случае? Чтобы сохранить универсальность метода, надо рассматривать числа множеств U и W , расположенными на полуосях целых **мнимых** чисел. Каждое целое мнимое число записывается в виде: ni , где $i \cdot i = -1$. В данном случае метод Варкентина вновь работает.

Подведём некоторый итог.

Зная теоремы о произведении нечётных чисел и метод Варкентина, можно сказать, что **в свойствах чисел натурального ряда заложена возможность существования, как целых так и комплексных чисел.**

Немного отвлечёмся от нашего повествования и дадим волю своей фантазии.

Мы разбили множество чисел ряда N на четыре подмножества. Подмножество S явно выделено. Это подмножество чётных чисел. Остальные три – это подмножества нечётных чисел. Может быть в этом можно усмотреть идею необходимости существования четырёхмерного континуума, ставя в соответствие множеству S временные характеристики Мироздания, а множествам U , V и W – пространственные? Прошу обратить внимание читателя на такую сторону вопроса. Три пространственные размерности нашего мира только с точки зрения абстрактной геометрии являются равноправными. В повседневной же нашей жизни мы очень остро ощущаем различия в направлениях движения «вверх-вниз» от направления движения «запад-восток» или от направления движения «север-юг». И не только мы с вами понимаем эти различия в направлениях, но и вся живая природа тоже руководствуется в своём развитии этими различиями. Читателю не составит труда в этом убедиться (закон всемирного тяготения, движение солнца по небосводу, изменение климатических зон и

многое другое). Выше мы только что убедились, что и множества U , V и W , несмотря на общий характер названия, ямеют свои принципиальные отличия. Т. о. Можно предположить, что размерность нашего макромира заложена в натуральном ряде чисел.

Поставим в соответствие множеству N число 1, а подмножествам S , U , V и W числа $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$, соответственно. Т. о., можем записать: $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 1$.

Скажем, что отталкиваясь именно от таких дробей появляется возможность построения «Геометрического моделирования характеристик элементарных частиц и кварков».

А сейчас я хочу познакомить читателя с периодическим законом наших дней рождения. Вообще, говорить об этой периодичности, как о законе ещё рано. Если этот закон и существует, то носит он статистический характер. А всякий статистический закон проверяется статистическими данными. Я не располагаю такими данными, но, по крайней мере для меня, закон этот выполняется пока на все 100 процентов. Кроме того периодичность этих событий связана с числами множеств U , V и W . И поэтому рассказать об этом очень хочется. А, может быть, и закон всё-таки существует?

Возможно читатель задавался уже вопросом, через сколько лет день рождения вновь совпадает со своим первоначальным днём рождения. Имеется в виду не только число, но и день недели. Всё зависит от того в каком году по отношению к високосному вы родились (Рис. 6).

Поясним на примере самого автора. Я родился в среду 21 июля 1954 года. Предыдущий високосный был 1952 год. Следовательно, для меня соответствует диаграмма «Високосный год + 2», показанная на Рис. 6 голубым цветом.

Нижняя шкала – это годы, начиная от года рождения (начало координат). Вертикальная шкала показывает условные подъёмы и спады. Для меня день рождения в среду, 21 июля вновь наступил через 11 лет. Следующая среда-мой день рождения был в 17 лет. Потом в 22, потом в 28. Чтобы рассматривать дальнейший ход моей жизни, надо каждое число нижней шкалы увеличить на 28. Т. е. 28 лет - это глобальный цикл периодичности «истинных» дней рождения. Всего мы имеем четыре разновидности таких циклов, в зависимости от високосного года. Все диаграммы этих циклов показаны на Рис. 6.

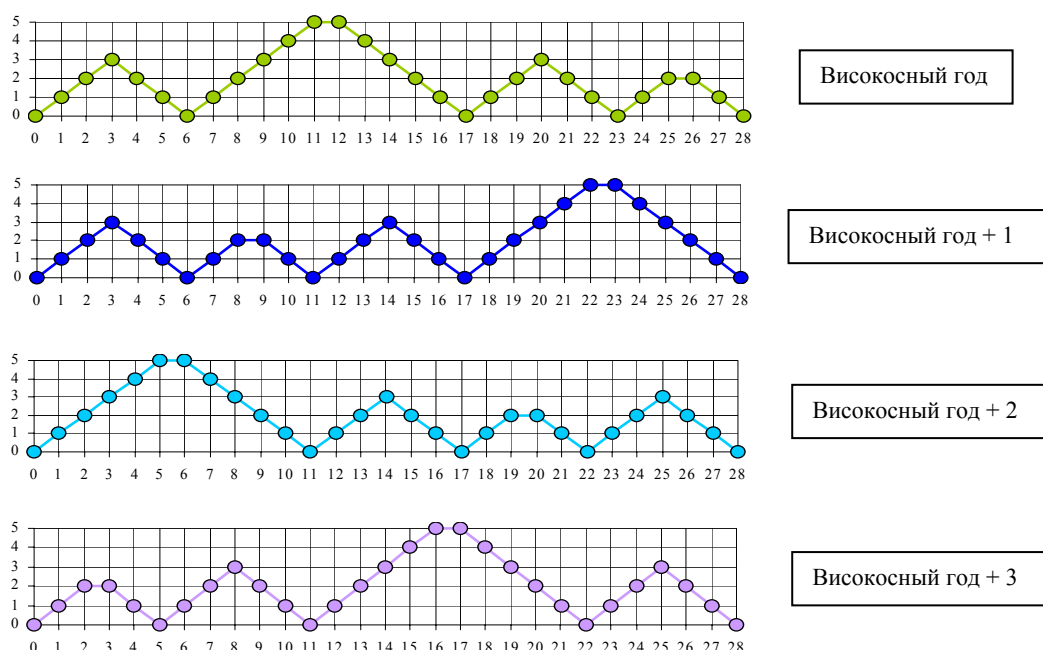


Рис. 6

Почему я сказал, что для меня предполагаемый закон выполняется на 100 процентов. Все самые яркие и переломные моменты моей жизни начинались строго в самом начале внутренних (локальных) циклов. На подъёме. Судите сами.

Начало рождения, естественно, должно быть на подъёме. Иначе, не было бы и самой жизни. Следующий подъём начался у меня в 11 лет. Несмотря на то, что прошло много лет с того времени, я очень хорошо помню, что это был настоящий подъём. Во-первых, сразу после моего 11-летнего дня рождения я тонул. Но меня спасли. Возможно, если бы не было подъёма, то и откачать бы меня не смогли. Во-вторых, в это время началось увлечение научной фантастикой. Вообще я вдруг ощутил вкус к чтению книг. В-третьих, появилось активное творчество. Я строил различные реактивные двигатели, «гиперболоиды инженеров Гариных», всевозможные летательные и самоходные устройства. Организовал дома настоящую лабораторию алхимика. И многие другие. Всё это взрывалось и приносило немалые разрушения, пожары и ранения. Именно в это время началось активное изучение жизни муравьёв. И именно в это время был впервые задан вопрос о **смерти и бессмертии**. В 17 лет, сразу после моего дня рождения, я поступил в университет. В 22 года началась первая моя трудовая деятельность в конструкторском бюро. В 28 лет, через месяц после дня рождения я поступил на заочное отделение в другой университет (я остро ощутил вдруг нехватку в математических знаниях) и перешёл на работу в вычислительный центр. В 39 лет я вообще круто изменил мою жизнь и переехал на постоянное место жительства в другую страну. В 45 лет я начал заниматься (впервые в жизни) математическим моделированием и был приглашён на работу в филиал известного американского концерна «Дженерал атомикс» в качестве математика-модельера. В 50 лет я открыл для себя этот закон и начал писать настоящую книгу.

Резонно задать вопрос, а женитьба, рождение сыновей? Разве это не яркие моменты в жизни? У меня это все тоже происходило на подъёме циклов, но уже ближе к верхнему пику.

Моя мама умерла на спаде одного из своих циклов. Отец умер во время верхнего пика. Достоевский и Высоцкий умерли сразу после верхнего пика. Пушкин был убит на верхнем пике.

Как уже было сказано, я не располагаю статистикой, но всё-таки было бы интересно проверить. Поэкспериментируйте с собственными датами и датами ваших родных и близких. Может быть периодический закон дней рождений справедлив не только для меня.

Выпишем все нечётные числа начал подёмов для всех четырёх вариантов первого цикла, т. е. для первых 28-ми лет. Получим числа: **5, 11, 17, 23**. Т. е. все эти числа принадлежат подмножеству *W*. Все нечётные числа на локальных подъёмах второго цикла, т. е. на этапе 28 – 56 лет: **33, 39, 45, 51** – числа подмножества *V*. На третьем цикле, в интервале 56 – 84 года имеем: **61, 67, 73, 79** – числа из подмножества *U*. Затем сменяемость нечётных чисел по подмножествам вновь повторяется. Обратите внимание, в первом и третьем случае – это были простые числа.

На этом можно закончить разговор о днях рождения, но прежде я хочу рассказать один случай, который произошёл со мной в канун 2002 года.

Я люблю и коллекционирую различные головоломки. Правда делаю это не с большим усердием. Я не покупаю все подряд, встретившиеся мне головоломки, а только особо мне понравившиеся, оригинальные.



Рис. 7

Так вот в канун нового 2002 года я купил кубик – календарь. На каждой его грани был показан календарь одного из 6-ти месяцев будущего года. Кубик можно было так «вывернуть», что видимые 6 календариков исчезали, а другие 6 появлялись. Таким образом, все 12 месяцев присутствовали в кубике.

Дома, играя с кубиком, я обнаружил ошибку в календаре. В июле месяце было два 20-х числа, а 21-го не было. **Не было моего дня рождения** (Рис. 7).

На следующий день я снова зашёл в тот магазинчик, перебрал все кубики, но календарей с ошибками больше не было. Я верю, что такое событие не случайно, но что оно собой символизирует я так и не понял. Наступал год «Лошади». Именно в год лошади я и родился. Кроме того, этот год (2002) приходился на пик седьмого моего локального цикла. И в этом же 2002 году я впервые узнал о существовании тонкого тела и тонкого мира и познакомился с удивительными экспериментами Роберта Монро.

Может быть, это событие символизировало для меня нечто такое, что можно было бы назвать ещё одной точкой отсчёта в моей жизни?

Пытливый читатель уже обратил наверное внимание на тот факт, что мы уже так долго говорим о числах, но по сути дела до сих пор ещё ничего не сказали о простых числах. А ведь это ни что иное, как кирпичики мироздания натурального ряда чисел. Но всему своё время. И это время настало.

Известный специалист по теории чисел Д. Цагер сказал: «При взгляде на простые числа возникает ощущение, будто стоишь перед непостижимой тайной творения» [8, стр. 11]. Я отношусь к тем математикам, которые верят, что ряд простых чисел имеет какой-то очень скрытый порядок и общая формула или закон простых чисел существует, но, видимо, постичь это не так просто.

Исследуя число $f = 138$, я заглянул в его «генетику», т. е. обратил внимание на те простые числа, из которых получается первое суперчисло: $2 \cdot 3 \cdot 23 = 138$. Так впервые в моём поле зрения появилось число **23**.

Как выяснилось впоследствии, число **23** встречается во многих областях человеческой деятельности и на самых ключевых местах. Надо просто внимательно оглядеться вокруг себя.

Приведём несколько примеров. В математике число **23** можно встретить в проективной геометрии. Это одно из гармонических чисел.

Из теории графов известно, что существует **23** дерева с восьмью вершинами.

В теории цветных графов, среди 6-ти известных чисел Рамсея, есть и число **23**.

Известно, что куб имеет **23** элемента симметрии: **1** центр симметрии, **9** плоскостей симметрии и **13** осей вращения симметрии.

Существует $23 \cdot 10 = 230$ пространственных групп. А всего существует $23 \cdot 12 = 276$ кристаллографических групп [9, стр. 29].

В сакральной геометрии древо жизни и плод жизни вместе имеют **23** ключевых узла [10].

Физика не так щедра на появление целых чисел в своих законах. Несколько десятилетий в физике выделялось целое число обратное числу постоянной тонкой структуры. Число это **137**. Но с появлением более точных приборов выяснилось, что это число имеет и дробную часть, значение которой увеличивается по мере роста точности измерительных приборов. Однако можно с уверенностью сказать, что целым пределом этой константы будет число $23 \cdot 6 = 138$.

В теории вакуума максимальное квантовое число при квантовании Солнечной Системы равно $23 \cdot 6 = 138$ [11, стр. 79,80].

В теории элементарных частиц масса мюона равна $23 \cdot 9 = 207$.

В химии можно отметить тот факт, что существует только $23 \cdot 4 = 92$ устойчивых элемента, существующих в природе.

Из биологии мы знаем, что человек имеет $23 \cdot 2 = 46$ хромосом. Человеческое тело состоит из 10^{14} клеток, «...необходимо ровно **46** митотических делений клеток, чтобы в человеческом теле был достигнут уровень 10^{14} клеток [10, стр. 231]». Друнвало Мельхиседек считает такое совпадение не случайным.

В обычной человеческой ДНК работает только **23** кодона (20 программных и 3, «включающих» эти программы) [10, стр. 449]. Также можно отметить и такой факт, что в клетке E.coli имеется три разновидности рРНК, различаемые числами Сведберга (*S*). Одно из них - **23S** [12, стр. 48].

«Квант воды» - минимальный кластер содержит \int_1^{23} молекулы [13, стр. 141]. А

число $\frac{1}{3} \int_1^{23}$ - это число окружностей в «цветке жизни» [см. 10]. Если Друнвало

Мельхиседек знал бы дифференциальную теорию чисел, то, думается, он не прошёл бы мимо этого факта (Смысл значка \int_1^n означает, что первообразное число от числа *n* встретилось в натуральном ряде первый раз). **Истина не лежит на поверхности.** Возможно, это одна из аксиом Господа Бога.

Я не занимался специальным поиском числа **23**. Оно само как-то лезло мне на глаза.

В ряде простых чисел имеем: $(1 + 2 + 3) \cdot (5 + 7 + 11) = 138$ В скобках стоят 6 первых простых чисел и сумма чисел во второй скобке равна **23**. Кстати, если таким образом рассмотреть 8 первых простых чисел, то мы получим: $(1 + 2 + 3 + 5) \cdot (7 + 11 + 13 + 17) = 528 = \partial^5 138$.

Исследуя цепочки чисел натурального ряда, я обратил внимание на очень редкое, а, может быть, и уникальное явление. Первое производное число от числа **120** ровно в два раза больше самого числа: **240**. Я проверил, есть ли ещё такие числа. Оказалось, что среди первых **ста тысяч** чисел натурального ряда таким свойством обладают только два числа: **120** и **672**. Число **672** - несобственное. Оно является первым производным числом от числа $\frac{\partial Z}{2}$. Кроме того, и здесь не обошлось без числа

$f = 138$. Разность чисел **672** и **120** равна числу $4f$.

Обратим внимание читателя ещё на одно число, которое будем обозначать греческой буквой дельта δ . Число это равно среднему арифметическому от чисел *f* и

∂f , т. е. $\delta = \frac{f + \partial f}{2} = 144$. Это число довольно популярно среди людей занимающихся нумерологией. Его можно встретить и в Библии. Иоанн Богослов и прямо и косвенно упоминает это число несколько раз в своих откровениях. Например, он пишет об измерении Ангелом стены Иерусалима: «И стену его измерил во сто сорок четыре локтя, мерою человеческою, какова мера и Ангела» (Глава 21, 17).

В музыкальной грамоте имеется **144** уровня «измерений в каждой октаве» [10, стр. 62].

Число **144** является уникальным числом в известном ряду Фибоначчи, т. к. это единственный квадрат и порядковый номер этого числа равен двенадцати:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, \mathbf{144}, 233, \dots$$

Имеет число **144** отношение и к простым числам. Как оказалось, наименьший магический квадрат, который можно составить из последовательных нечётных простых чисел имеет порядок равный двенадцати, т. е. содержит **144** простых последовательных чисел начиная с единицы. Факт этот настолько уникален и удивителен, что я решил его здесь показать (см. Приложение 2).

Каким же образом число **144** проявляет себя в наших исследованиях. Во первых, как я уже сказал, это число является средним арифметическим чисел f и ∂f . Во вторых, число **144** является первым трёхзначным числом среди всех производных чисел. Оно появляется в цепочке числа тридцать. Ну и наконец, это число связано с числовым кодом Божественной Троицы. Что это значит? Что такое Божественная Троица знают все. Менее известен тот факт, что существует и Чёртова троица. Число **666** ещё называют числом чёрной магии, а числовым кодом Лица этой последней Троицы будет число **222**, т. к. $666 = 222 + 222 + 222$. Магическим же числом белой магии всегда считалось число **777**, и число Божественной или Белой Троицы будет число **259**. Именно это число является производным числом от числа **144**. Более подробно о Троице мы будем говорить в четвёртой части нашего исследования.

Вернёмся немного назад и поговорим о метрике числового пространства на множествах U , V и W .

В первой части мы упоминали, что такое метрика. Тогда нам хватило словесного описания. Что такое метрика на языке математики. Это некий закон (формула) по которому можно вычислять расстояния S на плоскости или в пространстве. Для евклидовой плоскости таким законом является теорема Пифагора.

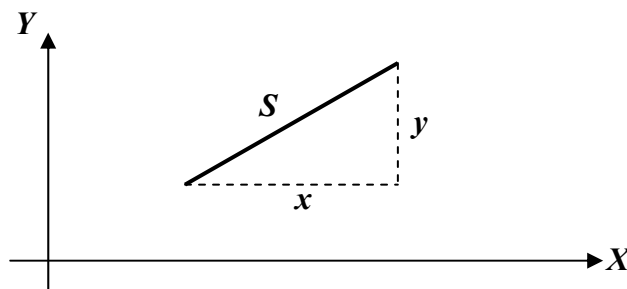


Рис. 8

$$S^2 = x^2 + y^2$$

Очевидно, что в евклидовом пространстве трёх измерений будем иметь: $S^2 = x^2 + y^2 + z^2$. В общем виде без привязки к какой-то конкретной геометрии метрику можно записать в таком виде:

$$S^2 = x^2 + y^2 + z^2 + Axy + Bxz + Cyz$$

Мы не знаем какова геометрия нашего числового пространства, поэтому метрику запишем в общем виде:

$$R^2 = u_n^2 + v_k^2 + w_m^2 + Au_n v_k + Bu_n w_m + Cv_k w_m. \quad (11)$$

Как оказалось метрика (2.13) в некоторых случаях ведёт себя очень интересно. Например, при $n = k = m = i$ и $A = B = C = -1$, получаем:

$$u_i^2 + v_i^2 + w_i^2 - u_i v_i - u_i w_i - v_i w_i = (2\sqrt{3})^2, \text{ где}$$

$$u_i v_i + u_i w_i + v_i w_i = 6i(u_i + w_i + v_i - 9) + 23.$$

Обратите внимание на появление чисел $\sqrt{3}$ и 23 , в виде независимых от i констант. Но это ещё не всё.

$$u_{2i}^2 + v_{2i}^2 + w_{2i}^2 - 4(u_i^2 + v_i^2 + w_i^2 + u_i + v_i + w_i) = \delta \cdot i - \frac{1}{2} f.$$

Для вывода этих выражений я использовал формулы: $u_i = 6i - 5$, $v_i = 6i - 3$, $w_i = 6i - 1$, $u_{2i} = 2u_i + 5$, $v_{2i} = 2v_i + 3$, $w_{2i} = 2w_i + 1$.

Существует много интересных и неожиданных теорем, связанных с простыми числами в различных системах счисления. Я покажу здесь одну из них, ранее не встречавшуюся мне в литературе.

Теорема:

Если в q -ичной системе счисления $\frac{1}{p} = 0,0\dots 0(\overline{a_1 a_2 \dots a_{p-1}})$, где p - простое число, то $\sum_{i=1}^{p-1} a_i = \frac{(p-1) \cdot (q-1)}{2}$.

Здесь $(\overline{a_1 a_2 \dots a_{p-1}})$ - означает период от деления.

Доказательство не велико и не сложно и я его здесь приведу, т. к. не имею ссылок ни на какую литературу.

Доказательство:

Т. к. в периоде находится $p-1$ цифра a_i , то при делении столбиком получаем $p-1$ остаток. Причём остатки будут пробегать числовые значения от 1 до $p-1$ числа, но в перепутанном порядке. Обозначим эти числа через $b_1 \dots b_{p-1}$ в порядке их появления.

Каждое из этих чисел, чтобы продолжить процесс деления столбиком, увеличивается в q раз. Таким образом мы имеем сумму остатков:

$$\frac{1 + (p-1)}{2} \cdot (p-1) \cdot q = \frac{q \cdot p \cdot (p-1)}{2}$$

С другой стороны сумма остатков равна:

$$(a_1 + a_2 + \dots + a_{p-1}) \cdot p + \sum_{i=1}^{p-1} b_i = p \cdot \sum_{i=1}^{p-1} a_i + \frac{p \cdot (p-1)}{2}.$$

Приравняв выражения правых частей обеих равенств и сделав элементарные упрощения, получаем:

$$\sum_{i=1}^{p-1} a_i = \frac{(p-1) \cdot (q-1)}{2} \quad (12)$$

Что и требовалось доказать.

Пример: $1/23 = 0,0(4347826086956521739130)$. Сложив все цифры в скобочках получим число **99**. Отметим любопытный факт, что $\partial^2 99 = 23$. Этот же результат мы бы получили, если бы воспользовались формулой (12).

Теорема эта справедлива не для всех простых чисел, но, как видим, для числа **23** она выполняется.

Отметим, что натуральный логарифм числа **23** даёт наилучшее приближение к числу π среди всех чисел $\ln(n)$. А число $\frac{e^{23}}{10} = 0,14159\dots$ вообще даёт точное десятичное разложение числа π до 6-го знака после запятой, где $e = 2,718281\dots$ - основание натуральных логарифмов.

Коснувшись немного двух фундаментальных трансцендентных чисел π и e , нельзя не отметить связь числа $f = 138$ с третьим, уже известным нам, трансцендентным числом φ . Мы уже встречались с этим числом в первой части настоящего исследования. В данном случае мы покажем связь «золотого вурфа» с числами ∂f , $\partial^2 f$ и $\partial^4 f$.

Сначала необходимо дать определение «золотому вурфу» - ω .

Рассмотрим отрезок, разделённый на три части.

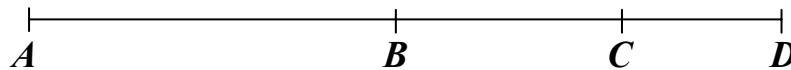


Рис. 9

Составим такое отношение (В математике его называют сложным отношением или двойным. Это термин проективной геометрии. Дополнительно скажу, что именно благодаря сложному отношению возможно аналитически увидеть кручение в проективной геометрии, о чём мы говорили в первой части. И, кроме того, именно сложное отношение порождает уникальную группу 6-го порядка. Сложное отношение это единственный инвариант проективной геометрии.):

$$W = \frac{(AC) \cdot (BD)}{(BC) \cdot (AD)}$$

Если длины наших отрезков соответственно равны: $AB = \varphi^2$, $BC = \varphi$, $CD = 1$, то $\omega = 1,30901\dots$. Это число и называется «золотой вурф». «Золотой вурф» связан с числом φ простой формулой

$$2\omega = \varphi^2 \quad (13)$$

Если число φ наиболее ярко проявляет себя в растительном мире, то «золотой вурф» мы встречаем чаще в животном мире. И прежде всего это касается непосредственно самого человека. Человек в своём строении имеет некоторые части

тела, состоящие из трёх частей. Например, бедро-голень-стопа, плечо-предплечье-кисть. Каждый палец состоит из трёх фаланг. Учёные провели исследования и оказалось, что строение человека в своих относительных размерах очень точно описывается «золотым вурфом» [14].

Рассмотрим например палец (мой средний палец на левой руке). Длина самой большой фаланги $AB = 55$ [мм], длина средней фаланги $BC = 35$ [мм] и длина маленькой – $CD = 22$ [мм].

$$\omega = \frac{90 \cdot 57}{35 \cdot 112} = 1,30867\dots$$

Как оказалось, если $AB = \partial^4 f$, $BC = \partial^2 f$, а $CD = \partial f$, то $\omega = 1,3082\dots$ - очень близок к идеальному «золотому вурфу».

К сожалению, я не исследовал цепочки производных в других числах на выявление в них числовых отношений, близких к «золотому вурфу». Возможно это могло бы быть темой отдельного исследования.

Простые числа несомненно являются крепким орешком в натуральном ряде чисел, но время от времени они всё-таки начинают раскрывать свои тайны. Так например А. С. Карпенко показал удивительную связь простых чисел с классической и неформальными логиками [8].

Ниже я покажу ещё одно, интересное на мой взгляд, свойство некоторых простых чисел. Речь пойдёт о математическом объекте, который я назвал **упаковкой** и, который ранее в литературе мне не встречался.

Начнём всё с определений.

Определение 1: Замкнутым клеточным полем порядка K будем называть геометрическое кольцо, разделённое на K частей, каждая из которых имеет свой порядковый номер в соответствии с данным направлением обхода.

Пример 1

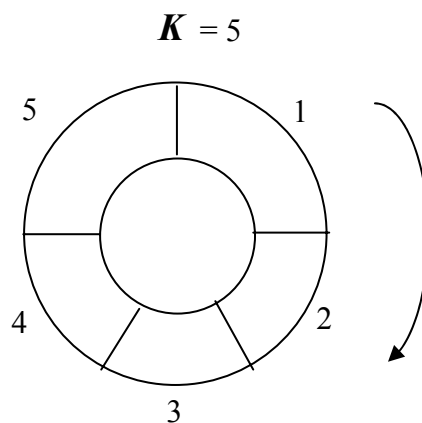


Рис. 10

Определение 2: Упаковкой порядка K будем называть клеточное поле порядка K , каждая клетка которого содержит одно и только одно из чисел от 1 до K .

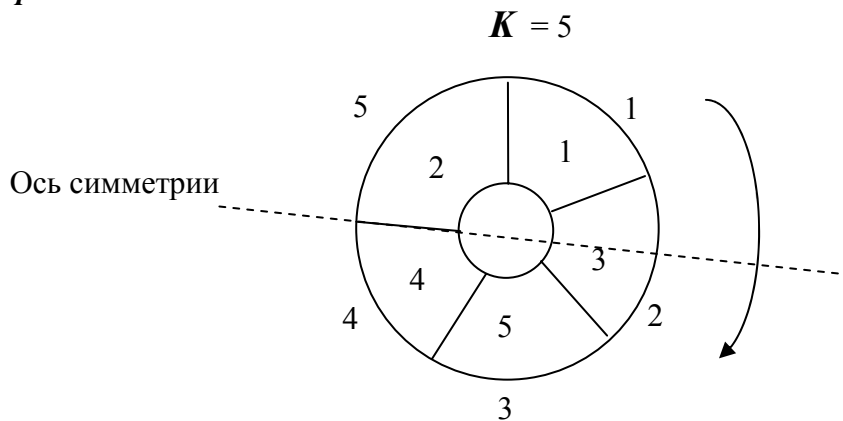
Пример 2

Рис. 11

Определение 3: Алгоритмом упаковки порядка K будем называть некоторую функцию $f = f(k, n)$, где k пробегает значения $k = \{1, 2, \dots, K\}$, а $n \in N = \{1, 2, \dots, \infty\}$, причём для данной упаковки $n = \text{const}$.

Определение 4: Расстоянием X_k будем называть значение функции $f(k, n)$, для конкретных k и n . Причём X_k для данной упаковки равно числу клеток поля между числом k и числом $k+1$, двигаясь в направлении обхода.

Пример 3: Для упаковки примера 2 и алгоритма упаковки $X_k = k^2 + 2$ при $k=3$ будем иметь $X_3 = 11$. Это означает, что мы должны пропустить 11 клеток после клетки, где стоит число 3, двигаясь по замкнутому полю в направлении обхода, и в следующей, после этого, клетке поставить число 4.

Определение 5: Генератором поиска упаковок (ГПУ) будем называть компьютерную программу для поиска упаковки в соответствии с данным алгоритмом упаковки.

Поиск упаковок проводился среди первых 10000 чисел натурального ряда для каждого $n = \{1, 2, \dots, 100\}$, по алгоритму

$$X_k = k^2 + n. \quad (14)$$

Число 1 всегда занимало клетку с порядковым номером 1. Причём расстояние X_k между последним числом k и числом 1 также должно было соответствовать выбранному алгоритму.

Результаты работы ГПУ для данных алгоритмов сведены в Таблицу 1.

Таблица 1

<i>n</i>	<i>K</i>	<i>n</i>	<i>K</i>	<i>n</i>	<i>K</i>	<i>n</i>	<i>K</i>	<i>n</i>	<i>K</i>
1	23	21	263	41	503	61	743	81	983
2	5	22	5, 11, 55	42	5	62	5	82	5
3	47	23	41	43	17	63	59	83	53
4	59	24	23	44	11	64	41	84	1019
5	71	25	311	45	29	65	113	85	1031
6	83	26	17	46	563	66	11	86	149
7	5	27	5	47	5, 23, 115	67	5	87	5
8	107	28	347	48	587	68	827	88	11
9	17	29	359	49	599	69	839	89	83
10	131	30	53	50	47	70	23	90	1091
11	11	31	383	51	89	71	863	91	1103
12	5	32	5	52	5	72	5	92	5
13	167	33	11	53	647	73	887	93	23
14	179	34	419	54	659	74	29	94	17
15	191	35	431	55	11	75	911	95	1151
16	29	36	443	56	683	76	71	96	1163
17	5	37	5	57	5	77	5, 11, 17, 55, 85, 187, 935	97	5, 47, 235
18	227	38	467	58	101	78	947	98	1187
19	239	38	479	59	719	79	137	99	11
20	251	40	491	60	17	80	971	100	173

Рис. 12

Глядя на Таблицу 1, можно сформулировать несколько гипотез.

Гипотеза 1:

Для любого $n \in \mathbb{N}$ и данного алгоритма упаковки, существует минимальная упаковка порядка K , где K - простое число, причём $K \in \mathbb{W}$

Гипотеза 2:

Для любой минимальной упаковки порядка K существует зеркальная ось симметрии, проходящая через клетку с числом $\frac{K+1}{2}$, относительно которой, сумма чисел в «зеркальных» клетках постоянна и равна $K+1$ (см. Пример 2).

Гипотеза 3:

Если числу n_1 соответствует минимальная упаковка порядка K_1 , то для любого $n_2 \equiv n_1 \pmod{K_1}$, также существует упаковка порядка K_1 .

Гипотеза 4:

Если числу n_1 соответствует минимальная упаковка порядка K_1 и числу n_2 соответствует минимальная упаковка порядка K_2 , то для любого $n \equiv n_1 \pmod{K_1} \equiv n_2 \pmod{K_2}$, существует упаковка порядка $K_1 \cdot K_2$.

Всё вышеизложенное касается чисел $K \in \mathbb{W}$. Хочу надеяться, что и для чисел подмножества U также существуют алгоритмы и соответствующие им упаковки. В

пользу такого предположения можно привести пример, что для алгоритма $X_k = k^4$ существуют как минимум две упаковки, порядок которых равен $K_1 = 7$ и $K_2 = 103$, принадлежащие к подмножеству U . Первая проблема, которая может оказать помощь в этом вопросе, – это создание более гибкого и мощного ГПУ.

Думаю, что, при наличии интереса, здесь можно было бы разработать новый раздел в теории чисел - **теорию упаковок**. И, может быть, на множестве упаковок удалось бы построить и бинарную операцию вроде сложения или умножения двух упаковок.

Особо хочу отметить, что **ряд упаковок начинается с упаковки, порядок которой равен 23 при натуральном числе $n = 1$.**

На Рис. 13 показан «спектр» натурального ряда на участке от 1 до 4830 числа. Каждая горизонтальная часть спектра содержит 966 числа. Светло-голубым цветом выделена масштабная сетка с интервалом 138.

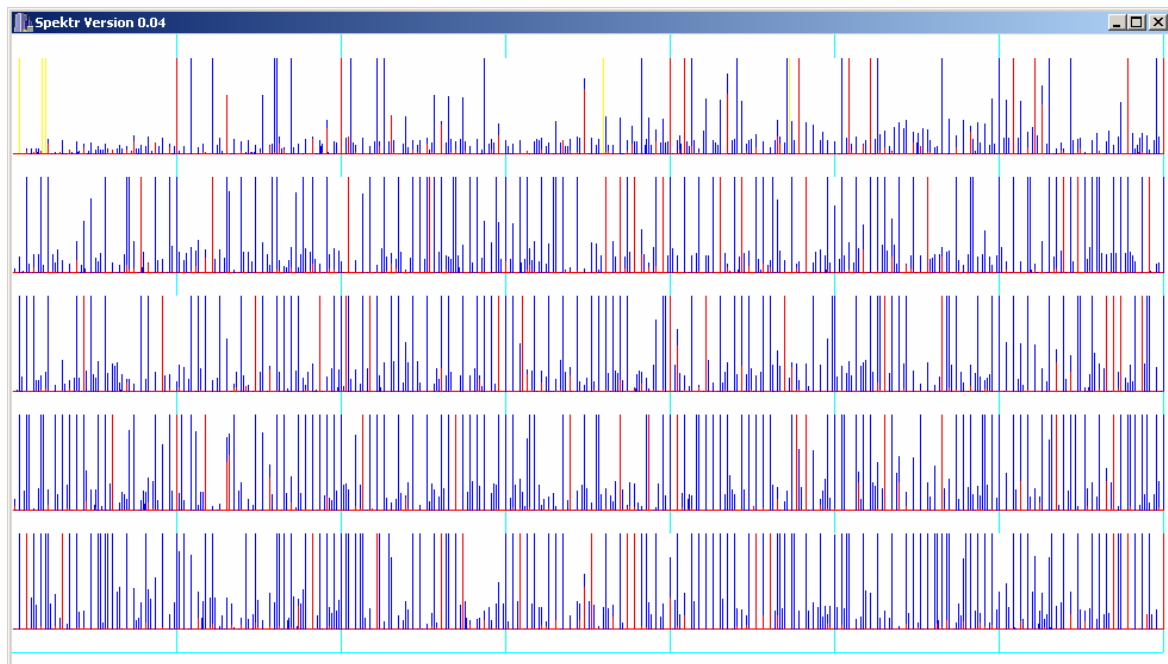


Рис. 13

Приложение 1

Цепочки производных натурального ряда чисел

$$n \Rightarrow \partial n \Rightarrow \partial^2 n \Rightarrow \dots \Rightarrow \partial^k n \Rightarrow \dots \Rightarrow 1$$

1 \Rightarrow 1
 2 \Rightarrow 1
 3 \Rightarrow 1
 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1
 5 \Rightarrow 1
 6 \Rightarrow 6 \Rightarrow ... \Rightarrow
 7 \Rightarrow 1
 8 \Rightarrow 7 \Rightarrow 1
 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1
 10 \Rightarrow 8 \Rightarrow 7 \Rightarrow 1
 11 \Rightarrow 1
 12 \Rightarrow 16 \Rightarrow 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1
 13 \Rightarrow 1
 14 \Rightarrow 10 \Rightarrow 8 \Rightarrow 7 \Rightarrow 1
 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1
 16 \Rightarrow 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1
 17 \Rightarrow 1
 18 \Rightarrow 21 \Rightarrow 11 \Rightarrow 1
 19 \Rightarrow 1
 20 \Rightarrow 22 \Rightarrow 14 \Rightarrow 10 \Rightarrow 8 \Rightarrow 7 \Rightarrow 1
 21 \Rightarrow 11 \Rightarrow 1
 22 \Rightarrow 14 \Rightarrow 10 \Rightarrow 8 \Rightarrow 7 \Rightarrow 1
 23 \Rightarrow 1
 24 \Rightarrow 36 \Rightarrow 55 \Rightarrow 17 \Rightarrow 1
 25 \Rightarrow 6 \Rightarrow 6 \Rightarrow ... \Rightarrow
 26 \Rightarrow 16 \Rightarrow 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1
 27 \Rightarrow 13 \Rightarrow 1
 28 \Rightarrow 28 \Rightarrow ... \Rightarrow
 29 \Rightarrow 1
 30 \Rightarrow 42 \Rightarrow 54 \Rightarrow 66 \Rightarrow 78 \Rightarrow 90 \Rightarrow 144 \Rightarrow 259 \Rightarrow 45 \Rightarrow 33 \Rightarrow 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1
 31 \Rightarrow 1
 32 \Rightarrow 31 \Rightarrow 1
 33 \Rightarrow 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1
 34 \Rightarrow 20 \Rightarrow 22 \Rightarrow 14 \Rightarrow 10 \Rightarrow 8 \Rightarrow 7 \Rightarrow 1
 35 \Rightarrow 13 \Rightarrow 1
 36 \Rightarrow 55 \Rightarrow 17 \Rightarrow 1
 37 \Rightarrow 1
 38 \Rightarrow 22 \Rightarrow 14 \Rightarrow 10 \Rightarrow 8 \Rightarrow 7 \Rightarrow 1
 39 \Rightarrow 17 \Rightarrow 1
 40 \Rightarrow 50 \Rightarrow 43 \Rightarrow 1
 41 \Rightarrow 1
 42 \Rightarrow 54 \Rightarrow 66 \Rightarrow 78 \Rightarrow 90 \Rightarrow 144 \Rightarrow 259 \Rightarrow 45 \Rightarrow 33 \Rightarrow 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1
 43 \Rightarrow 1
 44 \Rightarrow 40 \Rightarrow 50 \Rightarrow 43 \Rightarrow 1
 45 \Rightarrow 33 \Rightarrow 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1
 46 \Rightarrow 26 \Rightarrow 16 \Rightarrow 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1
 47 \Rightarrow 1

48⇒76⇒64⇒63⇒41⇒1
 49⇒8⇒7⇒1
 50⇒43⇒1
 51⇒21⇒11⇒1
 52⇒46⇒26⇒16⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 53⇒1
 54⇒66⇒78⇒90⇒144⇒259⇒45⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 55⇒17⇒1
 56⇒64⇒63⇒41⇒1
 57⇒23⇒1
 58⇒32⇒31⇒1
 59⇒1
 60⇒108⇒172⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 61⇒1
 62⇒34⇒20⇒22⇒14⇒10⇒8⇒7⇒1
 63⇒41⇒1
 64⇒63⇒41⇒1
 65⇒19⇒1
 66⇒78⇒90⇒144⇒259⇒45⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 67⇒1
 68⇒58⇒32⇒31⇒1
 69⇒27⇒13⇒1
 70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 71⇒1
 72⇒123⇒45⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 73⇒1
 74⇒40⇒50⇒43⇒1
 75⇒49⇒8⇒7⇒1
 76⇒64⇒63⇒41⇒1
 77⇒19⇒1
 78⇒90⇒144⇒259⇒45⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 79⇒1
 80⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 81⇒40⇒50⇒43⇒1
 82⇒44⇒40⇒50⇒43⇒1
 83⇒1
 84⇒140⇒196⇒203⇒37⇒1
 85⇒23⇒1
 86⇒46⇒26⇒16⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 88⇒92⇒76⇒64⇒63⇒41⇒1
 89⇒1
 90⇒144⇒259⇒45⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 91⇒21⇒11⇒1
 92⇒76⇒64⇒63⇒41⇒1
 93⇒35⇒13⇒1
 94 ⇒50⇒43⇒1
 95 ⇒25⇒6⇒6⇒ ... ⇒
 96 ⇒156⇒236⇒184⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 97 ⇒1
 98 ⇒73⇒1
 99 ⇒57⇒23⇒1
 100⇒117⇒65⇒19⇒1
 101⇒1
 102⇒114⇒126⇒186⇒198⇒270⇒450⇒759⇒393⇒135⇒105⇒87⇒
 ⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 103⇒1
 104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1

105→87→33→15→9→4→3→1
 106→56→64→63→41→1
 107→1
 108→172→136→134→70→74→40→50→43→1
 109→1
 110→106→56→64→63→41→1
 111→41→1
 112→136→134→70→74→40→50→43→1
 113→1
 114→126→186→198→270→450→759→393→135→105→87→33→15→9→
 →4→3→1
 115→29→1
 116→94→50→43→1
 117→65→19→1
 118→62→34→20→22→14→10→8→7→1
 119→25→6→6→...→
 120→240→504→1056→1968→3240→7650→14112→32571→27333→12161→1
 121→12→16→15→9→4→3→1
 122→64→63→41→1
 123→45→33→15→9→4→3→1
 124→100→117→65→19→1
 125→31→1
 126→186→198→270→450→759→393→135→105→87→33→15→9→4→3→1
 127→1
 128→127→1
 129→47→1
 130→122→64→63→41→1
 131→1
 132→204→300→568→512→511→81→40→50→43→1
 133→27→13→1
 134→70→74→40→50→43→1
 135→105→87→33→15→9→4→3→1
 136→134→70→74→40→50→43→1
 137→1
 138→150→222→234→312→528→960→2088→3762→5598→6570→10746→
 →13254→13830→19434→20886→21606→25098→26742→26754→40446→
 →63234→77406→110754→171486→253458→295740→647748→1077612→
 →1467588→1956812→2109796→1889486→953914→668966→353578→
 →176792→254128→308832→502104→753216→1240176→2422288→
 →2697920→3727264→3655076→2760844→2100740→2310856→2455544→
 →3212776→3751064→3282196→2723020→3035684→2299240→2988440→
 →5297320→8325080→11222920→15359480→19199440→28875608→
 →25266172→19406148→26552604→40541052→54202884→72270540→
 →147793668→228408732→348957876→508132204→404465636→
 →303708376→290504024→312058216→294959384→290622016→
 →286081174→151737434→75868720→108199856→101437396→76247552→
 →76099654→42387146→21679318→12752594→7279382→3660794→
 →1855066→927536→932464→1013592→1546008→2425752→5084088→
 →8436192→13709064→20563656→33082104→57142536→99483384→
 →245978376→487384824→745600776→1118401224→1677601896→
 139→1
 140→196→203→37→1
 141→51→21→11→1
 142→74→40→50→43→1
 143→25→6→6→...→
 144→259→45→33→15→9→4→3→1
 145→35→13→1
 146→76→64→63→41→1

147⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 148⇒118⇒62⇒34⇒20⇒22⇒14⇒10⇒8⇒7⇒1
 149⇒1
 150⇒222⇒ ... цепочка числа 138
 151⇒1
 152⇒148⇒118⇒62⇒34⇒20⇒22⇒14⇒10⇒8⇒7⇒1
 153⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 155⇒37⇒1
 156⇒236⇒184⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 157⇒1
 158⇒82⇒44⇒40⇒50⇒43⇒1
 159⇒57⇒23⇒1
 160⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 161⇒31⇒1
 162⇒201⇒71⇒1
 163⇒1
 164⇒130⇒122⇒64⇒63⇒41⇒1
 165⇒123⇒45⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 166⇒86⇒46⇒26⇒16⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 167⇒1
 168⇒312⇒528⇒960⇒ ... цепочка числа 138
 169⇒14⇒10⇒8⇒7⇒1
 170⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 171⇒89⇒1
 172⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 173⇒1
 174⇒186⇒198⇒270⇒450⇒759⇒393⇒135⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 175⇒73⇒1
 176⇒196⇒203⇒37⇒1
 177⇒63⇒41⇒1
 178⇒92⇒76⇒64⇒63⇒41⇒1
 179⇒1
 180⇒366⇒378⇒582⇒594⇒846⇒1026⇒1374⇒1386⇒2358⇒2790⇒4698⇒
 ⇒6192⇒11540⇒12736⇒12664⇒11096⇒11104⇒10820⇒11944⇒10466⇒
 ⇒5236⇒6860⇒9940⇒14252⇒14308⇒15218⇒10894⇒6746⇒3376⇒3196⇒
 ⇒2852⇒2524⇒1900⇒2440⇒3140⇒3496⇒3704⇒3256⇒3584⇒4600⇒6560
 ⇒9316⇒8072⇒7078⇒3542⇒3370⇒2714⇒1606⇒1058⇒601⇒1
 181⇒1
 182⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 183⇒65⇒19⇒1
 184⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 185⇒43⇒1
 186⇒198⇒270⇒450⇒759⇒393⇒135⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 187⇒29⇒1
 188⇒148⇒118⇒62⇒34⇒20⇒22⇒14⇒10⇒8⇒7⇒1
 189⇒131⇒1
 190⇒170⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 191⇒1
 192⇒316⇒244⇒280⇒440⇒640⇒890⇒730⇒602⇒454⇒230⇒202⇒
 ⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 193⇒1
 194⇒100⇒117⇒65⇒19⇒1
 195⇒141⇒51⇒21⇒11⇒1
 196⇒203⇒37⇒1
 197⇒1
 198⇒270⇒450⇒759⇒393⇒135⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 199⇒1

200⇒265⇒59⇒1
 201⇒71⇒1
 202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 203⇒37⇒1
 204⇒300⇒568⇒512⇒511⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 205⇒47⇒1
 206⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 207⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 208⇒226⇒116⇒94⇒50⇒43⇒1
 209⇒31⇒1
 210⇒366⇒378⇒582⇒594⇒... цепочка числа 180
 211⇒1
 212⇒166⇒86⇒46⇒26⇒16⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 213⇒75⇒49⇒8⇒7⇒1
 214⇒110⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 215⇒49⇒8⇒7⇒1
 216⇒384⇒636⇒1196⇒1156⇒993⇒335⇒73⇒1
 217⇒39⇒17⇒1
 218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 219⇒77⇒19⇒1
 220⇒284⇒220⇒
 221⇒31⇒1
 222⇒234⇒312⇒528⇒960⇒2088⇒3762⇒5598⇒6570⇒... цепочка числа 138
 223⇒1
 224⇒280⇒440⇒640⇒890⇒730⇒602⇒... цепочка числа 192
 225⇒178⇒92⇒76⇒64⇒63⇒41⇒1
 226⇒116⇒94⇒50⇒43⇒1
 227⇒1
 228⇒332⇒256⇒255⇒177⇒63⇒41⇒1
 229⇒1
 230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 231⇒153⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 232⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 233⇒1
 234⇒312⇒528⇒960⇒2088⇒3762⇒5598⇒... цепочка числа 138
 235⇒53⇒1
 236⇒184⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 237⇒83⇒1
 238⇒194⇒100⇒117⇒65⇒19⇒1
 239⇒1
 240⇒504⇒1056⇒1968⇒3240⇒7650⇒14112⇒32571⇒27333⇒12161⇒1
 241⇒1
 242⇒157⇒1
 243⇒121⇒12⇒16⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 244⇒190⇒170⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 245⇒97⇒1
 246⇒258⇒270⇒450⇒759⇒393⇒135⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 247⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 248⇒232⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 249⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 250⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 251⇒1
 252⇒476⇒532⇒588⇒1008⇒2216⇒1954⇒980⇒1414⇒1034⇒694⇒350⇒394⇒
 ⇒200⇒265⇒59⇒1
 253⇒35⇒13⇒1
 254⇒130⇒122⇒64⇒63⇒41⇒1
 255⇒177⇒63⇒41⇒1
 256⇒255⇒177⇒63⇒41⇒1

257→1
 258→270→450→759→393→135→105→87→33→15→9→4→3→1
 259→45→33→15→9→4→3→1
 260→328→302→154→134→70→74→40→50→43→1
 261→129→47→1
 262→134→70→74→40→50→43→1
 263→1
 264→456→744→1176→2244→3804→5100→10524→14060→17860→22460→
 ⇒24748→20612→15466→11894→6946→3998→2002→2030→2290→
 ⇒1850→1684→1270→1034→694→350→394→200→265→59→1
 265→59→1
 266→214→110→106→56→64→63→41→1
 267→93→35→13→1
 268→208→226→116→94→50→43→1
 269→1
 270→450→759→393→135→105→87→33→15→9→4→3→1
 271→1
 272→286→218→112→136→134→70→74→40→50→43→1
 273→175→73→1
 274→140→196→203→37→1
 275→97→1
 276→396→696→1104→1872→3770→3790→3050→2716→2772→5964→10164→
 ⇒19628→19684→22876→26404→30044→33796→38780→54628→54684→
 ⇒111300→263676→465668→465724→465780→1026060→2325540→
 ⇒5335260→11738916→23117724→45956820→121129260→266485716→
 ⇒558454764→1092873236→1470806764→1471882804→1642613196→
 277→1
 278→142→74→40→50→43→1
 279→137→1
 280→440→640→890→730→602→454→230→... цепочка числа 192
 281→1
 282→294→390→618→630→1242→1638→2730→5334→6954→7926→7938→
 ⇒12753→7267→785→163→1
 283→1
 284→220→284→220→
 285→195→141→51→21→11→1
 286→218→112→136→134→70→74→40→50→43→1
 287→49→8→7→1
 288→531→249→87→33→15→9→4→3→1
 289→18→21→11→1
 290→250→218→112→136→134→70→74→40→50→43→1
 291→101→1
 292→226→116→94→50→43→1
 293→1
 294→390→618→630→1242→1638→2730→5334→6954→7926→7938→
 ⇒12753→7267→785→163→1
 295→65→19→1
 296→274→140→196→203→37→1
 297→183→65→19→1
 298→152→148→118→62→34→20→22→14→10→8→7→1
 299→37→1
 300→568→512→511→81→40→50→43→1
 301→51→21→11→1
 302→154→134→70→74→40→50→43→1
 303→105→87→33→15→9→4→3→1
 304→316→244→190→170→154→134→70→74→40→50→43→1
 305→67→1
 306→396→696→1104→1872→3770→3790→ ... цепочка числа 276

307→1
 308→364→420→924→1764→4323→1825→469→75→49→8→7→1
 309→107→1
 310→266→214→110→106→56→64→63→41→1
 311→1
 312→528→960→2088→3762→5598→ ... цепочка числа 138
 313→1
 314→160→218→112→136→134→70→74→40→50→43→1
 315→309→107→1
 316→244→190→170→154→134→70→74→40→50→43→1
 317→1
 318→330→534→546→798→1122→1470→2634→2646→4194→4932→7626→
 →8502→9978→9990→17370→28026→35136→67226→33616→37808→
 →40312→35288→37072→45264→79728→146448→281166→281178→
 →363942→424638→526338→722961→321329→1
 319→41→1
 320→442→314→160→218→112→136→134→70→74→40→50→43→1
 321→111→41→1
 322→254→130→122→64→63→41→1
 323→37→1
 324→523→1
 325→109→1
 326→166→86→46→26→16→15→9→4→3→1
 327→113→1
 328→302→154→134→70→74→40→50→43→1
 329→55→17→1
 330→534→546→798→1122→1470→2634→2646→... цепочка числа 318
 331→1
 332→256→255→177→63→41→1
 333→161→31→1
 334→170→154→134→70→74→40→50→43→1
 335→73→1
 336→656→646→434→334→170→154→134→70→74→40→50→43→1
 337→1
 338→211→1
 339→117→65→19→1
 340→416→466→236→184→176→196→203→37→1
 341→43→1
 342→438→450→759→393→135→105→87→33→15→9→4→3→1
 343→57→23→1
 344→316→244→190→170→154→134→70→74→40→50→43→1
 345→231→153→81→40→50→43→1
 346→176→196→203→37→1
 347→1
 348→492→684→1136→1096→974→490→536→484→447→153→81→40→
 →50→43→1
 349→1
 350→394→200→265→59→1
 351→209→31→1
 352→404→310→266→214→110→106→56→64→63→41→1
 353→1
 354→366→378→582→594→... цепочка числа 180
 355→77→19→1
 356→274→140→196→203→37→1
 357→219→77→19→1
 358→182→154→134→70→74→40→50→43→1
 359→1
 360→810→1368→2532→3404→2980→3320→4240→5804→4360→5540→6136→

$\Rightarrow 6464 \Rightarrow 6490 \Rightarrow 5194 \Rightarrow 4040 \Rightarrow 5140 \Rightarrow 5696 \Rightarrow 5734 \Rightarrow 3194 \Rightarrow 1600 \Rightarrow 2337 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 1023 \Rightarrow 513 \Rightarrow 287 \Rightarrow 49 \Rightarrow 8 \Rightarrow 7 \Rightarrow 1$
361 $\Rightarrow 20 \Rightarrow 22 \Rightarrow 14 \Rightarrow 10 \Rightarrow 8 \Rightarrow 7 \Rightarrow 1$
362 $\Rightarrow 184 \Rightarrow 176 \Rightarrow 196 \Rightarrow 203 \Rightarrow 37 \Rightarrow 1$
363 $\Rightarrow 169 \Rightarrow 14 \Rightarrow 10 \Rightarrow 8 \Rightarrow 7 \Rightarrow 1$
364 $\Rightarrow 420 \Rightarrow 924 \Rightarrow 1764 \Rightarrow 4323 \Rightarrow 1825 \Rightarrow 469 \Rightarrow 75 \Rightarrow 49 \Rightarrow 8 \Rightarrow 7 \Rightarrow 1$
365 $\Rightarrow 79 \Rightarrow 1$
366 $\Rightarrow 378 \Rightarrow 582 \Rightarrow 594 \Rightarrow \dots$ цепочка числа 180
367 $\Rightarrow 1$
368 $\Rightarrow 376 \Rightarrow 344 \Rightarrow 316 \Rightarrow 244 \Rightarrow 190 \Rightarrow 170 \Rightarrow 154 \Rightarrow 134 \Rightarrow 70 \Rightarrow 74 \Rightarrow 40 \Rightarrow 50 \Rightarrow 43 \Rightarrow 1$
369 $\Rightarrow 177 \Rightarrow 63 \Rightarrow 41 \Rightarrow 1$
370 $\Rightarrow 314 \Rightarrow 160 \Rightarrow 218 \Rightarrow 112 \Rightarrow 136 \Rightarrow 134 \Rightarrow 70 \Rightarrow 74 \Rightarrow 40 \Rightarrow 50 \Rightarrow 43 \Rightarrow 1$
371 $\Rightarrow 61 \Rightarrow 1$
372 $\Rightarrow 524 \Rightarrow 400 \Rightarrow 561 \Rightarrow 303 \Rightarrow 105 \Rightarrow 87 \Rightarrow 33 \Rightarrow 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1$
373 $\Rightarrow 1$
374 $\Rightarrow 274 \Rightarrow 140 \Rightarrow 196 \Rightarrow 203 \Rightarrow 37 \Rightarrow 1$
375 $\Rightarrow 249 \Rightarrow 87 \Rightarrow 33 \Rightarrow 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1$
376 $\Rightarrow 344 \Rightarrow 316 \Rightarrow 244 \Rightarrow 190 \Rightarrow 170 \Rightarrow 154 \Rightarrow 134 \Rightarrow 70 \Rightarrow 74 \Rightarrow 40 \Rightarrow 50 \Rightarrow 43 \Rightarrow 1$
377 $\Rightarrow 43 \Rightarrow 1$
378 $\Rightarrow 582 \Rightarrow 594 \Rightarrow \dots$ цепочка числа 180
379 $\Rightarrow 1$
380 $\Rightarrow 460 \Rightarrow 548 \Rightarrow 418 \Rightarrow 302 \Rightarrow 154 \Rightarrow 134 \Rightarrow 70 \Rightarrow 74 \Rightarrow 40 \Rightarrow 50 \Rightarrow 43 \Rightarrow 1$
381 $\Rightarrow 131 \Rightarrow 1$
382 $\Rightarrow 194 \Rightarrow 100 \Rightarrow 117 \Rightarrow 65 \Rightarrow 19 \Rightarrow 1$
383 $\Rightarrow 1$
384 $\Rightarrow 636 \Rightarrow 1196 \Rightarrow 1156 \Rightarrow 993 \Rightarrow 335 \Rightarrow 73 \Rightarrow 1$
385 $\Rightarrow 191 \Rightarrow 1$
386 $\Rightarrow 196 \Rightarrow 203 \Rightarrow 37 \Rightarrow 1$
387 $\Rightarrow 185 \Rightarrow 43 \Rightarrow 1$
388 $\Rightarrow 298 \Rightarrow 152 \Rightarrow 148 \Rightarrow 118 \Rightarrow 62 \Rightarrow 34 \Rightarrow 20 \Rightarrow 22 \Rightarrow 14 \Rightarrow 10 \Rightarrow 8 \Rightarrow 7 \Rightarrow 1$
389 $\Rightarrow 1$
390 $\Rightarrow 618 \Rightarrow 630 \Rightarrow 1242 \Rightarrow 1638 \Rightarrow 2730 \Rightarrow 5334 \Rightarrow 6954 \Rightarrow 7926 \Rightarrow 7938 \Rightarrow 12753 \Rightarrow 7267 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 785 \Rightarrow 163 \Rightarrow 1$
391 $\Rightarrow 41 \Rightarrow 1$
392 $\Rightarrow 463 \Rightarrow 1$
393 $\Rightarrow 135 \Rightarrow 105 \Rightarrow 87 \Rightarrow 33 \Rightarrow 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1$
394 $\Rightarrow 200 \Rightarrow 265 \Rightarrow 59 \Rightarrow 1$
395 $\Rightarrow 85 \Rightarrow 23 \Rightarrow 1$
396 $\Rightarrow 696 \Rightarrow 1104 \Rightarrow 1872 \Rightarrow 3770 \Rightarrow 3790 \Rightarrow \dots$ цепочка числа 276
397 $\Rightarrow 1$
398 $\Rightarrow 202 \Rightarrow 104 \Rightarrow 106 \Rightarrow 56 \Rightarrow 64 \Rightarrow 63 \Rightarrow 41 \Rightarrow 1$
399 $\Rightarrow 241 \Rightarrow 1$
400 $\Rightarrow 561 \Rightarrow 303 \Rightarrow 105 \Rightarrow 87 \Rightarrow 33 \Rightarrow 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1$
401 $\Rightarrow 1$
402 $\Rightarrow 414 \Rightarrow 522 \Rightarrow 648 \Rightarrow 1167 \Rightarrow 393 \Rightarrow 135 \Rightarrow 105 \Rightarrow 87 \Rightarrow 33 \Rightarrow 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1$
403 $\Rightarrow 45 \Rightarrow 33 \Rightarrow 15 \Rightarrow 9 \Rightarrow 4 \Rightarrow 3 \Rightarrow 1$
404 $\Rightarrow 310 \Rightarrow 266 \Rightarrow 214 \Rightarrow 110 \Rightarrow 106 \Rightarrow 56 \Rightarrow 64 \Rightarrow 63 \Rightarrow 41 \Rightarrow 1$
405 $\Rightarrow 321 \Rightarrow 111 \Rightarrow 41 \Rightarrow 1$
406 $\Rightarrow 314 \Rightarrow$
407 $\Rightarrow 49 \Rightarrow 8 \Rightarrow 7 \Rightarrow 1$
408 $\Rightarrow 672 \Rightarrow 1344 \Rightarrow 2720 \Rightarrow 4084 \Rightarrow 3070 \Rightarrow 2474 \Rightarrow 1240 \Rightarrow 1640 \Rightarrow 2140 \Rightarrow 2396 \Rightarrow 1804 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 1724 \Rightarrow 1300 \Rightarrow 1738 \Rightarrow 1142 \Rightarrow 574 \Rightarrow 434 \Rightarrow 334 \Rightarrow 170 \Rightarrow 154 \Rightarrow 134 \Rightarrow 70 \Rightarrow 40 \Rightarrow$
 $\Rightarrow 50 \Rightarrow 43 \Rightarrow 1$
409 $\Rightarrow 1$
410 $\Rightarrow 346 \Rightarrow 176 \Rightarrow 196 \Rightarrow 203 \Rightarrow 37 \Rightarrow 1$
411 $\Rightarrow 141 \Rightarrow 51 \Rightarrow 21 \Rightarrow 11 \Rightarrow 1$
412 $\Rightarrow 316 \Rightarrow 244 \Rightarrow 190 \Rightarrow 170 \Rightarrow 154 \Rightarrow 134 \Rightarrow 70 \Rightarrow 74 \Rightarrow 40 \Rightarrow 50 \Rightarrow 43 \Rightarrow 1$
413 $\Rightarrow 67 \Rightarrow 1$

414⇒522⇒648⇒1167⇒393⇒135⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 415⇒89⇒1
 416⇒466⇒236⇒184⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 417⇒143⇒25⇒6⇒6⇒...⇒
 418⇒302⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 419⇒1
 420⇒924⇒1764⇒4323⇒1825⇒469⇒75⇒49⇒8⇒7⇒1
 421⇒1
 422⇒214⇒110⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 423⇒201⇒71⇒1
 424⇒386⇒196⇒203⇒37⇒1
 425⇒133⇒27⇒13⇒1
 426⇒438⇒450⇒759⇒393⇒135⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 427⇒69⇒27⇒13⇒1
 428⇒328⇒302⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 429⇒243⇒121⇒12⇒16⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 430⇒362⇒184⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 431⇒1
 432⇒808⇒722⇒421⇒1
 433⇒1
 434⇒334⇒170⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 435⇒285⇒195⇒141⇒51⇒21⇒11⇒1
 436⇒334⇒170⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 437⇒43⇒1
 438⇒450⇒759⇒393⇒135⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 439⇒1
 440⇒640⇒890⇒730⇒602⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 441⇒300⇒568⇒512⇒511⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 443⇒1
 444⇒620⇒724⇒550⇒566⇒286⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒
 ⇒40⇒50⇒43⇒1
 445⇒95⇒25⇒6⇒6⇒...⇒
 446⇒226⇒116⇒94⇒50⇒43⇒1
 447⇒153⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 448⇒568⇒512⇒511⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 449⇒1
 450⇒759⇒393⇒135⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 451⇒53⇒1
 452⇒346⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 453⇒155⇒37⇒1
 454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 455⇒217⇒39⇒17⇒1
 456⇒744⇒1176⇒2244⇒3804⇒... цепочка числа 264
 457⇒1
 458⇒232⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 459⇒261⇒129⇒47⇒1
 460⇒548⇒418⇒302⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 461⇒1
 462⇒690⇒1038⇒1050⇒1926⇒2286⇒2706⇒3342⇒3354⇒4038⇒4050⇒7203⇒
 ⇒4001⇒1
 463⇒1
 464⇒466⇒236⇒184⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 465⇒303⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 466⇒236⇒184⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 467⇒1
 468⇒806⇒538⇒272⇒286⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 469⇒75⇒49⇒8⇒7⇒1

470⇒394⇒200⇒265⇒59⇒1
 471⇒161⇒31⇒1
 472⇒428⇒328⇒302⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 473⇒55⇒17⇒1
 474⇒486⇒606⇒618⇒630⇒1242⇒1638⇒ ... цепочка числа 282
 475⇒145⇒35⇒13⇒1
 476⇒532⇒588⇒1008⇒2216⇒1954⇒980⇒1414⇒1034⇒694⇒350⇒394⇒
 ⇒200⇒265⇒59⇒1
 477⇒225⇒178⇒92⇒76⇒64⇒63⇒41⇒1
 478⇒242⇒157⇒1
 479⇒1
 480⇒1032⇒1608⇒2472⇒3768⇒5712⇒12144⇒23568⇒37440⇒101244⇒
 ⇒180996⇒241356⇒321836⇒251044⇒188290⇒168830⇒135082⇒88478⇒
 ⇒59698⇒34622⇒24754⇒12380⇒13660⇒15068⇒11308⇒10364⇒7780⇒
 ⇒8600⇒11860⇒13088⇒12742⇒7274⇒3640⇒6440⇒10840⇒13640⇒
 ⇒20920⇒26240⇒38020⇒41864⇒36646⇒19298⇒9652⇒8268⇒12900⇒
 ⇒25292⇒18976⇒18446⇒10498⇒5882⇒3514⇒2534⇒1834⇒1334⇒826⇒
 ⇒614⇒310⇒266⇒214⇒110⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 481⇒51⇒21⇒11⇒1
 482⇒244⇒190⇒170⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 483⇒285⇒195⇒141⇒51⇒21⇒11⇒1
 484⇒447⇒153⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 485⇒103⇒1
 486⇒606⇒618⇒630⇒1242⇒1638⇒ ... цепочка числа 282
 487⇒1
 488⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 489⇒167⇒1
 490⇒536⇒484⇒447⇒153⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 491⇒1
 492⇒684⇒1136⇒1096⇒974⇒490⇒536⇒484⇒447⇒153⇒81⇒40⇒
 ⇒50⇒43⇒1
 493⇒47⇒1
 494⇒346⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 495⇒441⇒300⇒568⇒512⇒511⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 496⇒496⇒ ... ⇒
 497⇒79⇒1
 498⇒510⇒786⇒798⇒1122⇒1470⇒2634⇒2646⇒... цепочка числа 318
 499⇒1
 500⇒592⇒586⇒296⇒274⇒140⇒196⇒203⇒37⇒1
 501⇒171⇒89⇒1
 502⇒254⇒130⇒122⇒64⇒63⇒41⇒1
 503⇒1
 504⇒1056⇒1968⇒3240⇒7650⇒14112⇒32571⇒27333⇒12161⇒1
 505⇒107⇒1
 506⇒358⇒182⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 507⇒225⇒178⇒92⇒76⇒64⇒63⇒41⇒1
 508⇒388⇒298⇒152⇒148⇒118⇒62⇒34⇒20⇒22⇒14⇒10⇒8⇒7⇒1
 509⇒1
 510⇒786⇒798⇒1122⇒1470⇒2634⇒2646⇒... цепочка числа 318
 511⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 512⇒511⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 513⇒287⇒49⇒8⇒7⇒1
 514⇒260⇒328⇒302⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 515⇒109⇒1
 516⇒716⇒544⇒590⇒490⇒536⇒484⇒447⇒153⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 517⇒59⇒1
 518⇒394⇒200⇒265⇒59⇒1
 519⇒177⇒63⇒41⇒1

520→740→856→764→580→680→940→1076→814→554→280→440→640→
 ⇒890→730→602→454→230→202→104→106→56→64→63→41→1
 521→1
 522→648→1167→393→135→105→87→33→15→9→4→3→1
 523→1
 524→400→561→303→105→87→33→15→9→4→3→1
 525→467→1
 526→266→214→110→106→56→64→63→41→1
 527→49→8→7→1
 528→960→2088→3762→5598→6570→10746→13254→ ... цепочка числа 138
 529→24→36→55→17→1
 530→442→314→160→218→112→136→134→70→74→40→50→43→1
 531→249→87→33→15→9→4→3→1
 532→588→1008→2216→1954→980→1414→1034→694→350→394→
 ⇒200→265→59→1
 533→55→17→1
 534→546→798→1122→1470→2634→2646→... цепочка числа 318
 535→113→1
 536→484→447→153→81→40→50→43→1
 537→183→65→19→1
 538→272→286→218→112→136→134→70→74→40→50→43→1
 539→145→35→13→1
 540→1140→2220→4164→5580→11892→15884→16120→24200→37645→
 ⇒7535→2401→400→561→303→105→87→33→15→9→4→3→1
 541→1
 542→274→140→196→203→37→1
 543→185→43→1
 544→590→490→536→484→447→153→81→40→50→43→1
 545→115→29→1
 546→798→1122→1470→2634→2646→... цепочка числа 318
 547→1
 548→418→302→154→134→70→74→40→50→43→1
 549→257→1
 550→566→286→218→112→136→134→70→74→40→50→43→1
 551→49→8→7→1
 552→888→1392→2328→3552→6024→9096→13704→20616→30984→46536→
 ⇒86904→165816→367704→628356→837836→628384→630356→491884→
 ⇒368920→499400→772840→978650→975652→744248→696712→628628→
 ⇒857836→857892→1472268→2688756→4481484→7861812→13263180→
 ⇒31056564→68937036→114895284→203960652→339934644→701117004→
 ⇒1249822644→2083037964→
 553→87→33→15→9→4→3→1
 554→280→440→640→
 ⇒890→730→602→454→230→202→104→106→56→64→63→41→1
 555→357→219→77→19→1
 556→424→386→196→203→37→1
 557→1
 558→690→1038→1050→1926→2286→2706→3342→3354→4038→4050→7203→
 ⇒4001→1
 559→57→23→1
 560→928→962→634→320→442→314→160→218→112→136→134→70→74→
 ⇒40→50→43→1
 561→303→105→87→33→15→9→4→3→1
 562→284→220→284→ ...
 563→1
 564→780→1572→2124→3336→5064→7656→13944→26376→49464→88536→
 ⇒187944→295896→443904→812340→1652304→2767056→4803888→
 ⇒7914048→13495104→30725280→79741440→196505388→300216656→

⇒285162916⇒237325596⇒325831908⇒434442572⇒325831936⇒
 ⇒347001764⇒260735800⇒434766560⇒592369816⇒518323604⇒
 ⇒399201004⇒340495100⇒465552268⇒349164208⇒327341476⇒
 ⇒386858780⇒660449188⇒660449244⇒1275089956⇒1326589544⇒
 ⇒1591234456⇒1869454184⇒1907347936⇒2136597368⇒1927982632⇒
 ⇒1687830008⇒1476851272⇒1549164728⇒1355519152⇒1472824128⇒
 ⇒ цепочка числа 28x138
 565⇒119⇒25⇒6⇒6⇒ ... ⇒
 566⇒286⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 567⇒401⇒1
 568⇒512⇒511⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 569⇒1
 570⇒870⇒1290⇒1878⇒1890⇒3870⇒6426⇒10854⇒
 ⇒13830⇒ ... цепочка числа 138
 571⇒1
 572⇒604⇒460⇒548⇒418⇒302⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 573⇒195⇒141⇒51⇒21⇒11⇒1
 574⇒434⇒334⇒170⇒154⇒134⇒70⇒40⇒50⇒43⇒1
 575⇒169⇒14⇒10⇒8⇒7⇒1
 576⇒1075⇒289⇒18⇒21⇒11⇒1
 577⇒1
 578⇒343⇒57⇒23⇒1
 579⇒197⇒1
 580⇒680⇒940⇒1076⇒814⇒554⇒280⇒440⇒640⇒
 ⇒890⇒730⇒602⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 581⇒91⇒21⇒11⇒1
 582⇒594⇒... цепочка числа 180
 583⇒65⇒19⇒1
 584⇒526⇒266⇒214⇒110⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 585⇒507⇒225⇒178⇒92⇒76⇒64⇒63⇒41⇒1
 586⇒296⇒274⇒140⇒196⇒203⇒37⇒1
 587⇒1
 588⇒1008⇒2216⇒1954⇒980⇒1414⇒1034⇒694⇒350⇒394⇒
 ⇒200⇒265⇒59⇒1
 589⇒51⇒21⇒11⇒1
 590⇒490⇒536⇒484⇒447⇒153⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 591⇒201⇒71⇒1
 592⇒586⇒296⇒274⇒140⇒196⇒203⇒37⇒1
 593⇒1
 594⇒846⇒1026⇒ ... цепочка числа 180
 595⇒269⇒1
 596⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 597⇒203⇒37⇒1
 598⇒410⇒346⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 599⇒1
 600⇒1260⇒3108⇒5404⇒5460⇒13356⇒25956⇒49756⇒49812⇒83244⇒
 ⇒138964⇒144326⇒127978⇒67322⇒36250⇒34040⇒48040⇒60140⇒
 ⇒71572⇒58208⇒64264⇒60836⇒47692⇒35776⇒42456⇒69144⇒110376⇒
 ⇒244824⇒373356⇒594884⇒446170⇒356954⇒219706⇒118874⇒88720⇒
 ⇒117740⇒174916⇒174972⇒291844⇒302666⇒256438⇒217322⇒185014⇒
 ⇒92510⇒95626⇒49274⇒25894⇒17198⇒8602⇒6950⇒6070⇒4874⇒
 ⇒2440⇒ ... ⇒601⇒1 ... цепочка числа 180
 601⇒1
 602⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 603⇒282⇒1
 604⇒460⇒548⇒418⇒302⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 605⇒193⇒1
 606⇒618⇒630⇒1242⇒1638⇒ ... цепочка числа 282

607⇒1
 608⇒652⇒496⇒ ... ⇒
 609⇒351⇒209⇒31⇒1
 610⇒506⇒358⇒182⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 611⇒61⇒1
 612⇒1026⇒ ... цепочка числа 180
 613⇒1
 614⇒310⇒266⇒214⇒110⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 615⇒393⇒135⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 616⇒824⇒736⇒776⇒694⇒350⇒394⇒200⇒265⇒59⇒1
 617⇒1
 618⇒630⇒1242⇒1638⇒2730⇒5334⇒6954⇒7926⇒... цепочка числа 282
 619⇒1
 620⇒724⇒550⇒566⇒286⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 621⇒339⇒117⇒65⇒19⇒1
 622⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 623⇒97⇒1
 624⇒1112⇒988⇒972⇒1576⇒1394⇒874⇒566⇒286⇒218⇒112⇒136⇒134⇒
 ⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 625⇒156⇒236⇒184⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 626⇒316⇒244⇒190⇒170⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 627⇒333⇒161⇒31⇒1
 628⇒478⇒242⇒157⇒1
 629⇒55⇒17⇒1
 630⇒1242⇒1638⇒2730⇒5334⇒6954⇒7926⇒7938⇒... цепочка числа 282
 631⇒1
 632⇒568⇒512⇒511⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 633⇒215⇒49⇒8⇒7⇒1
 634⇒320⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒
 ⇒40⇒50⇒43⇒1
 635⇒133⇒27⇒13⇒1
 636⇒1196⇒1156⇒993⇒335⇒73⇒1
 637⇒161⇒31⇒1
 638⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 639⇒297⇒183⇒65⇒19⇒1
 640⇒890⇒730⇒602⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 641⇒1
 642⇒654⇒666⇒816⇒1416⇒2184⇒4536⇒9984⇒18632⇒13978⇒7802⇒
 ⇒4294⇒2546⇒1534⇒986⇒634⇒320⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒
 ⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 643⇒1
 644⇒700⇒1036⇒1092⇒2044⇒2100⇒4844⇒4900⇒7469⇒1939⇒285⇒195⇒
 ⇒141⇒51⇒21⇒11⇒1
 645⇒411⇒141⇒51⇒21⇒11⇒1
 646⇒434⇒334⇒170⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 647⇒1
 648⇒1167⇒393⇒135⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 649⇒71⇒1
 650⇒652⇒496⇒ ... ⇒
 651⇒373⇒1
 652⇒496⇒ ... ⇒
 653⇒1
 654⇒666⇒816⇒1416⇒2184⇒4536⇒9984⇒18632⇒13978⇒7802⇒
 ⇒4294⇒2546⇒1534⇒986⇒634⇒320⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒
 ⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 655⇒137⇒1
 656⇒646⇒434⇒334⇒170⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 657⇒305⇒67⇒1

658⇒494⇒346⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 659⇒1
 660⇒1356⇒1836⇒3204⇒4986⇒5856⇒9768⇒17592⇒26448⇒47952⇒94586⇒
 ⇒47296⇒46684⇒42524⇒31900⇒46220⇒50884⇒38170⇒36998⇒22810⇒
 ⇒18266⇒9136⇒8596⇒8652⇒14644⇒14700⇒34776⇒80424⇒137586⇒
 ⇒149838⇒194898⇒230478⇒236082⇒371310⇒519906⇒535038⇒688002⇒
 ⇒884670⇒1298658⇒1325598⇒1325610⇒2762838⇒3684330⇒7008534⇒
 ⇒9646650⇒20210814⇒26948298⇒34511478⇒34511490⇒62694450⇒
 ⇒144750606⇒255162306⇒342150270⇒696170370⇒1249384830⇒
 ⇒1750467234⇒1750950654⇒1767059586⇒2062619514⇒
 ⇒... цепочка числа 6x138
 661⇒1
 662⇒334⇒170⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 663⇒345⇒231⇒153⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 664⇒596⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 665⇒295⇒65⇒19⇒1
 666⇒816⇒1416⇒2184⇒4536⇒9984⇒18632⇒13978⇒7802⇒
 ⇒4294⇒2546⇒1534⇒986⇒634⇒320⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒
 ⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 667⇒53⇒1
 668⇒508⇒388⇒298⇒152⇒148⇒118⇒62⇒34⇒20⇒22⇒14⇒10⇒8⇒7⇒1
 669⇒227⇒1
 670⇒554⇒280⇒440⇒640⇒890⇒730⇒602⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒
 ⇒64⇒63⇒41⇒1
 671⇒73⇒1
 672⇒1344⇒2720⇒4084⇒3070⇒2474⇒1240⇒ ... цепочка числа 408
 673⇒1
 674⇒340⇒416⇒466⇒236⇒184⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 675⇒565⇒119⇒25⇒6⇒ ... ⇒
 676⇒605⇒193⇒1
 677⇒1
 678⇒690⇒1038⇒1050⇒1926⇒2286⇒2706⇒3342⇒3354⇒4038⇒4050⇒
 ⇒7203⇒4001⇒1
 679⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 680⇒940⇒1076⇒814⇒554⇒280⇒440⇒640⇒
 ⇒890⇒730⇒602⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 681⇒231⇒153⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 682⇒470⇒394⇒200⇒265⇒59⇒1
 683⇒1
 684⇒1136⇒1096⇒974⇒490⇒536⇒484⇒447⇒153⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 685⇒143⇒25⇒6⇒ ... ⇒
 686⇒514⇒260⇒328⇒302⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 687⇒233⇒1
 688⇒676⇒605⇒193⇒1
 689⇒67⇒1
 690⇒1038⇒1050⇒1926⇒2286⇒2706⇒3342⇒3354⇒4038⇒4050⇒7203⇒
 ⇒4001⇒1
 691⇒1
 692⇒526⇒266⇒214⇒110⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 693⇒555⇒357⇒219⇒77⇒19⇒1
 694⇒350⇒394⇒200⇒265⇒59⇒1
 695⇒145⇒35⇒13⇒1
 696⇒1104⇒1872⇒3770⇒3790⇒ ... цепочка числа 276
 697⇒59⇒1
 698⇒352⇒404⇒310⇒266⇒214⇒110⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 699⇒237⇒83⇒1
 700⇒1036⇒1092⇒2044⇒2100⇒4844⇒4900⇒7469⇒1939⇒285⇒195⇒
 ⇒141⇒51⇒21⇒11⇒1

701⇒1

702⇒978⇒990⇒1818⇒2160⇒5280⇒12864⇒21680⇒28912⇒31848⇒47832⇒
 ⇒71808⇒148512⇒359520⇒946848⇒1895712⇒4539360⇒12180336⇒
 ⇒23781648⇒44267568⇒76111632⇒139130668⇒104348008⇒92030552⇒
 ⇒80526748⇒62286692⇒55099864⇒51042536⇒47249404⇒35492780⇒
 ⇒39042100⇒45679474⇒22839740⇒36962884⇒38008124⇒53126668⇒
 ⇒54930988⇒60686612⇒62153644⇒62153700⇒155583364⇒259304164⇒
 ⇒266871836⇒327310564⇒327768476⇒327768532⇒396478124⇒
 ⇒397718356⇒398447980⇒557827508⇒557827564⇒583593332⇒
 ⇒645414448⇒787922384⇒739137616⇒953968304⇒894345316⇒
 ⇒774937460⇒1009670092⇒763542524⇒617043844⇒462782890⇒
 ⇒370226330⇒300597094⇒254298266⇒127318438⇒78349850⇒67380964⇒
 ⇒67381020⇒170849700⇒455276892⇒785095332⇒1353047388⇒
 ⇒ ... цепочка числа 23x138

703⇒57⇒23⇒1

704⇒820⇒944⇒916⇒694⇒350⇒394⇒200⇒265⇒59⇒1

705⇒447⇒153⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1

706⇒356⇒274⇒140⇒196⇒203⇒37⇒1

707⇒109⇒1

708⇒972⇒1576⇒1394⇒874⇒566⇒286⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒
 ⇒50⇒43⇒1

709⇒1

710⇒586⇒296⇒274⇒140⇒196⇒203⇒37⇒1

711⇒329⇒55⇒17⇒1

712⇒638⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1

713⇒55⇒17⇒1

714⇒1014⇒1182⇒1194⇒1206⇒1446⇒1458⇒1821⇒611⇒61⇒1

715⇒293⇒1

716⇒544⇒590⇒490⇒536⇒484⇒447⇒153⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1

717⇒243⇒121⇒12⇒16⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1

718⇒362⇒184⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1

719⇒1

720⇒1698⇒1710⇒2970⇒5670⇒11754⇒13752⇒23688⇒51192⇒94008⇒
 ⇒141072⇒223488⇒427526⇒272098⇒147194⇒73600⇒116120⇒145240⇒
 ⇒181640⇒250360⇒365240⇒494440⇒646040⇒857320⇒1071740⇒
 ⇒1235572⇒1093104⇒1966472⇒1735828⇒1311104⇒1301116⇒987044⇒
 ⇒840796⇒789140⇒1134124⇒951316⇒812684⇒620860⇒719780⇒
 ⇒958540⇒1237892⇒1046908⇒808932⇒1078604⇒808960⇒1156640⇒
 ⇒1576300⇒2157836⇒1646524⇒1635524⇒1486924⇒1127324⇒1024924⇒
 ⇒789476⇒592114⇒302954⇒151480⇒238760⇒314200⇒416780⇒665140⇒
 ⇒931532⇒1165108⇒1165164⇒2522772⇒5218668⇒11903892⇒25427052⇒
 ⇒53825940⇒132775020⇒331001748⇒760541292⇒1492916628⇒
 ⇒ ... цепочка числа 184254x138

721⇒111⇒41⇒1

722⇒421⇒1

723⇒245⇒97⇒1

724⇒550⇒566⇒286⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1

725⇒205⇒47⇒1

726⇒870⇒1290⇒1878⇒1890⇒3870⇒6426⇒10854⇒

⇒13830⇒ ... цепочка числа 138

727⇒1

728⇒952⇒1208⇒1072⇒1036⇒1092⇒2044⇒2100⇒4844⇒4900⇒7469⇒1939⇒
 ⇒285⇒195⇒141⇒51⇒21⇒11⇒1

729⇒364⇒420⇒924⇒1764⇒3423⇒1825⇒469⇒75⇒49⇒8⇒7⇒1

730⇒602⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1

731⇒61⇒1

732⇒1004⇒760⇒1040⇒1564⇒1460⇒1648⇒1576⇒1394⇒874⇒566⇒286⇒
 ⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1

733→1
 734→370→314→160→218→112→136→134→70→74→40→50→43→1
 735→633→215→49→8→7→1
 736→776→694→350→394→200→265→59→1
 737→79→1
 738→900→1921→131→1
 739→1
 740→856→764→580→680→940→1076→814→554→280→440→640→
 →890→730→602→454→230→202→104→106→56→64→63→41→1
 741→379→1
 742→554→280→440→640→890→730→602→454→230→202→104→106→56→
 →64→63→41→1
 743→1
 744→1176→2244→3804→ ... цепочка числа 264
 745→155→37→1
 746→376→344→316→244→190→170→154→134→70→74→40→50→43→1
 747→345→231→153→81→40→50→43→1
 748→764→580→680→940→1076→814→554→280→440→640→
 →890→730→602→454→230→202→104→106→56→64→63→41→1
 749→115→29→1
 750→1122→1470→2634→2646→... цепочка числа 318
 751→1
 752→736→776→694→350→394→200→265→59→1
 753→255→177→63→41→1
 754→506→358→182→154→134→70→74→40→50→43→1
 755→157→1
 756→1484→1540→2492→2548→3038→2434→1220→1384→1226→616→824→
 →736→776→694→350→394→200→265→59→1
 757→1
 758→382→194→100→117→65→19→1
 759→393→135→105→87→33→15→9→4→3→1
 760→1040→1564→1460→1648→1576→1394→874→566→286→
 →218→112→136→134→70→74→40→50→43→1
 761→1
 762→774→942→954→1152→2163→1165→239→1
 764→580→680→940→1076→814→554→280→440→640→
 →890→730→602→454→230→202→104→106→56→64→63→41→1
 765→639→297→183→65→19→1
 766→386→196→203→37→1
 767→73→1
 768→1276→1244→940→1076→814→554→280→440→640→
 →890→730→602→454→230→202→104→106→56→64→63→41→1
 769→1
 770→958→482→244→190→170→154→134→70→74→40→50→43→1
 771→261→129→47→1
 772→586→296→274→140→196→203→37→1
 773→1
 774→942→954→1152→2163→1165→239→1
 775→217→39→17→1
 776→694→350→394→200→265→59→1
 777→439→1
 778→392→463→1
 779→61→1
 780→1572→2124→3336→5064→7656→13944→ ... цепочка числа 28x138
 781→83→1
 782→514→260→328→302→154→134→70→74→40→50→43→1
 783→417→143→25→6 ... →
 784→983→1

785⇒163⇒1
 786⇒798⇒1122⇒1470⇒2634⇒2646⇒... цепочка числа 318
 787⇒1
 788⇒598⇒410⇒346⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 789⇒267⇒93⇒35⇒13⇒1
 790⇒650⇒652⇒496⇒ ... ⇒
 791⇒121⇒12⇒16⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 792⇒1548⇒2456⇒2164⇒1630⇒1322⇒664⇒596⇒454⇒230⇒202⇒104⇒
 ⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 793⇒75⇒49⇒8⇒7⇒1
 794⇒400⇒561⇒303⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 795⇒501⇒171⇒89⇒1
 796⇒604⇒460⇒548⇒418⇒302⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 797⇒1
 798⇒1122⇒1470⇒2634⇒2646⇒... цепочка числа 318
 799⇒65⇒19⇒1
 800⇒1153⇒1
 801⇒369⇒177⇒63⇒41⇒1
 802⇒404⇒310⇒266⇒214⇒110⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 803⇒85⇒23⇒1
 804⇒1100⇒1504⇒1520⇒2200⇒3380⇒4306⇒2156⇒2632⇒3128⇒3352⇒
 ⇒2948⇒2764⇒2080⇒3212⇒3004⇒2260⇒2528⇒2512⇒2386⇒1196⇒
 ⇒1156⇒993⇒335⇒73⇒1
 805⇒347⇒1
 806⇒538⇒272⇒286⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 807⇒273⇒175⇒73⇒1
 808⇒722⇒421⇒1
 809⇒1
 810⇒1368⇒2532⇒3404⇒2980⇒3320⇒4240⇒... цепочка числа 360
 811⇒1
 812⇒868⇒924⇒1764⇒3423⇒1825⇒469⇒75⇒49⇒8⇒7⇒1
 813⇒275⇒97⇒1
 814⇒554⇒280⇒440⇒640⇒
 ⇒890⇒730⇒602⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 815⇒169⇒14⇒10⇒8⇒7⇒1
 816⇒1416⇒2184⇒4536⇒9984⇒18632⇒13978⇒7802⇒
 ⇒4294⇒2546⇒1534⇒986⇒634⇒320⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒
 ⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 817⇒63⇒41⇒1
 818⇒412⇒316⇒244⇒190⇒170⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 819⇒637⇒161⇒31⇒1
 820⇒944⇒916⇒694⇒350⇒394⇒200⇒265⇒59⇒1
 821⇒1
 822⇒834⇒846⇒1026⇒1374⇒1386⇒2358⇒2790⇒ ... цепочка числа 180
 823⇒1
 824⇒736⇒776⇒694⇒350⇒394⇒200⇒265⇒59⇒1
 825⇒663⇒345⇒231⇒153⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 826⇒614⇒310⇒266⇒214⇒110⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 827⇒1
 828⇒1356⇒1836⇒3204⇒4986⇒5856⇒9768⇒... цепочка числа 660
 829⇒1
 830⇒682⇒470⇒394⇒200⇒265⇒59⇒1
 831⇒281⇒1
 832⇒946⇒638⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒
 ⇒50⇒43⇒1
 833⇒193⇒1
 834⇒846⇒1026⇒1374⇒1386⇒2358⇒2790⇒ ... цепочка числа 180
 835⇒173⇒1

836⇒844⇒640⇒890⇒730⇒602⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒
 ⇒64⇒63⇒41⇒1
 837⇒443⇒1
 838⇒422⇒214⇒110⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 839⇒1
 840⇒2040⇒4440⇒9240⇒25320⇒51000⇒117480⇒271320⇒765480⇒
 ⇒1531320⇒3721800⇒7817640⇒15635640⇒32899560⇒65799480⇒
 ⇒139098120⇒349027320⇒699333000⇒1597611000⇒3386943780⇒
 ⇒6974223708⇒581185313⇒1193887⇒1
 841⇒30⇒42⇒54⇒66⇒78⇒90⇒144⇒259⇒45⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 842⇒424⇒386⇒196⇒203⇒37⇒1
 843⇒285⇒195⇒141⇒51⇒21⇒11⇒1
 844⇒640⇒890⇒730⇒602⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 845⇒253⇒35⇒13⇒1
 846⇒1026⇒1374⇒1386⇒2358⇒2790⇒4698⇒ ... цепочка числа 180
 847⇒217⇒39⇒17⇒1
 848⇒826⇒614⇒310⇒266⇒214⇒110⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 849⇒287⇒49⇒8⇒7⇒1
 850⇒824⇒736⇒776⇒694⇒350⇒394⇒200⇒265⇒59⇒1
 851⇒61⇒1
 852⇒1164⇒1580⇒1780⇒2000⇒2836⇒2134⇒1394⇒874⇒566⇒286⇒218⇒
 ⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 853⇒1
 854⇒634⇒320⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒
 ⇒40⇒50⇒43⇒1
 855⇒705⇒447⇒153⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 856⇒764⇒580⇒680⇒940⇒1076⇒814⇒554⇒280⇒440⇒640⇒
 ⇒890⇒730⇒602⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 857⇒1
 858⇒1158⇒1170⇒2106⇒2976⇒5088⇒8520⇒17400⇒38400⇒88452⇒
 ⇒196924⇒228004⇒255836⇒255892⇒339948⇒708372⇒1392748⇒
 ⇒1392804⇒2631580⇒3684548⇒3684604⇒4502876⇒4502932⇒
 ⇒4630444⇒5343604⇒5343660⇒13185396⇒26489484⇒54204276⇒
 ⇒91794444⇒159862836⇒267246924⇒448180404⇒751570764⇒
 ⇒1364852916⇒2941349292⇒5570458740⇒14496055820⇒
 ⇒15954961924⇒16296246044⇒14628216868⇒
 859⇒1
 860⇒988⇒972⇒1576⇒1394⇒874⇒566⇒286⇒218⇒112⇒136⇒134⇒
 ⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 861⇒483⇒285⇒195⇒141⇒51⇒21⇒11⇒1
 862⇒434⇒334⇒170⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 863⇒1
 864⇒1656⇒3024⇒6896⇒6496⇒8624⇒12580⇒16148⇒14764⇒11080⇒
 ⇒13840⇒17812⇒14304⇒23496⇒41304⇒62016⇒120864⇒196656⇒
 ⇒343488⇒565832⇒495118⇒316322⇒158164⇒118630⇒94922⇒52150⇒
 ⇒59450⇒57730⇒51134⇒27754⇒13880⇒17440⇒24140⇒30292⇒22726⇒
 ⇒14498⇒9262⇒5930⇒4762⇒2384⇒2266⇒1478⇒742⇒554⇒280⇒440⇒
 ⇒640⇒890⇒730⇒602⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 865⇒179⇒1
 866⇒436⇒334⇒170⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 867⇒361⇒20⇒22⇒14⇒10⇒8⇒7⇒1
 868⇒924⇒1764⇒3423⇒1825⇒469⇒75⇒49⇒8⇒7⇒1
 869⇒91⇒21⇒11⇒1
 870⇒1290⇒1878⇒1890⇒3870⇒6426⇒10854⇒13830⇒ ... цепочка числа 138
 871⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 872⇒778⇒392⇒463⇒1
 873⇒401⇒1
 874⇒566⇒286⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1

875⇒373⇒1
 876⇒1196⇒1156⇒993⇒335⇒73⇒1
 877⇒1
 878⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 879⇒297⇒183⇒65⇒19⇒1
 880⇒1352⇒1393⇒207⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 881⇒1
 882⇒1341⇒609⇒351⇒209⇒31⇒1
 883⇒1
 884⇒880⇒1352⇒1393⇒207⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 885⇒555⇒357⇒219⇒77⇒19⇒1
 886⇒446⇒226⇒116⇒94⇒50⇒43⇒1
 887⇒1
 888⇒1392⇒2328⇒3552⇒6024⇒9096⇒13704⇒ ... цепочка числа 552
 889⇒135⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 890⇒730⇒602⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 891⇒561⇒303⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 892⇒676⇒605⇒193⇒1
 893⇒67⇒1
 894⇒906⇒918⇒1242⇒1638⇒2730⇒5334⇒6954⇒7926⇒7938⇒12753⇒7267⇒
 ⇒785⇒163⇒1
 895⇒185⇒43⇒1
 896⇒1144⇒1376⇒1396⇒1054⇒674⇒340⇒416⇒466⇒236⇒184⇒176⇒196⇒
 ⇒203⇒37⇒1
 897⇒447⇒153⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 898⇒452⇒346⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 899⇒61⇒1
 900⇒1921⇒131⇒1
 901⇒71⇒1
 902⇒610⇒506⇒358⇒182⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 903⇒505⇒107⇒1
 904⇒806⇒538⇒272⇒286⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 905⇒187⇒29⇒1
 906⇒918⇒1242⇒1638⇒2730⇒5334⇒6954⇒7926⇒7938⇒12753⇒7267⇒
 ⇒785⇒163⇒1
 907⇒1
 908⇒688⇒676⇒605⇒193⇒1
 909⇒417⇒143⇒25⇒6⇒...⇒
 910⇒1106⇒814⇒554⇒280⇒440⇒640⇒890⇒730⇒602⇒454⇒230⇒202⇒
 ⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 911⇒1
 912⇒1568⇒2023⇒433⇒1
 913⇒95⇒25⇒6⇒...⇒
 914⇒460⇒548⇒418⇒302⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 915⇒573⇒195⇒141⇒51⇒21⇒11⇒1
 916⇒694⇒350⇒394⇒200⇒265⇒59⇒1
 917⇒139⇒1
 918⇒1242⇒1638⇒2730⇒5334⇒6954⇒7926⇒7938⇒12753⇒7267⇒
 ⇒785⇒163⇒1
 919⇒1
 920⇒1240⇒1640⇒2140⇒2396⇒1804⇒1724⇒1300⇒1738⇒1142⇒574⇒434⇒
 ⇒334⇒170⇒154⇒134⇒70⇒40⇒50⇒43⇒1
 921⇒311⇒1
 922⇒464⇒466⇒236⇒184⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 923⇒85⇒23⇒1
 924⇒1764⇒4323⇒1825⇒469⇒75⇒49⇒8⇒7⇒1
 925⇒253⇒35⇒13⇒1
 926⇒466⇒236⇒184⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1

927⇒425⇒133⇒27⇒13⇒1
 928⇒962⇒634⇒320⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒
 ⇒40⇒50⇒43⇒1
 929⇒1
 930⇒1374⇒1386⇒2358⇒2790⇒ ... цепочка числа 180
 931⇒209⇒31⇒1
 932⇒706⇒356⇒274⇒140⇒196⇒203⇒37⇒1
 933⇒315⇒309⇒107⇒1
 934⇒470⇒394⇒200⇒265⇒59⇒1
 935⇒361⇒20⇒22⇒14⇒10⇒8⇒7⇒1
 936⇒1794⇒2238⇒2250⇒3834⇒4806⇒5994⇒7800⇒18240⇒42720⇒93360⇒
 ⇒196800⇒464616⇒845784⇒1583136⇒3134304⇒5779692⇒8927364⇒
 ⇒11903180⇒13093540⇒14562452⇒10952044⇒8477100⇒18096720⇒
 ⇒38003856⇒69989232⇒111494688⇒181179120⇒382534800⇒
 ⇒850005360⇒2077798320⇒1141972160⇒2032239424⇒2068844576⇒
 ⇒2061564448⇒... цепочка числа 13x138
 937⇒1
 938⇒694⇒350⇒394⇒200⇒265⇒59⇒1
 939⇒317⇒1
 940⇒1076⇒814⇒554⇒280⇒440⇒640⇒
 ⇒890⇒730⇒602⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 941⇒1
 942⇒954⇒1152⇒2163⇒1165⇒239⇒1
 943⇒65⇒19⇒1
 944⇒916⇒694⇒350⇒394⇒200⇒265⇒59⇒1
 945⇒975⇒761⇒1
 946⇒638⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 947⇒1
 948⇒1292⇒1228⇒928⇒962⇒634⇒320⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒
 ⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 949⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 950⇒910⇒1106⇒814⇒554⇒280⇒440⇒640⇒890⇒730⇒602⇒454⇒230⇒
 ⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 951⇒321⇒111⇒41⇒1
 952⇒1208⇒1072⇒1036⇒1092⇒2044⇒2100⇒4844⇒4900⇒7469⇒1939⇒
 ⇒285⇒195⇒141⇒51⇒21⇒11⇒1
 953⇒1
 954⇒1152⇒2163⇒1165⇒239⇒1
 955⇒197⇒1
 956⇒724⇒550⇒566⇒286⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 957⇒483⇒285⇒195⇒141⇒51⇒21⇒11⇒1
 958⇒482⇒244⇒190⇒170⇒154⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 959⇒145⇒35⇒13⇒1
 960⇒2088⇒3762⇒5598⇒6570⇒10746⇒13254⇒ ... цепочка числа 138
 961⇒32⇒31⇒1
 962⇒634⇒320⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒
 ⇒40⇒50⇒43⇒1
 963⇒441⇒300⇒568⇒512⇒511⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 964⇒730⇒602⇒454⇒230⇒202⇒104⇒106⇒56⇒64⇒63⇒41⇒1
 965⇒199⇒1
 966⇒1338⇒1350⇒2370⇒3390⇒4818⇒5838⇒7602⇒9870⇒17778⇒17790⇒
 ⇒24978⇒27438⇒30882⇒30894⇒34386⇒40782⇒52530⇒82254⇒82266⇒
 ⇒82278⇒121770⇒241110⇒450090⇒750870⇒1295226⇒1572678⇒
 ⇒1919538⇒2760984⇒4964136⇒8773463⇒16294056⇒26949144⇒
 ⇒44734056⇒72988344⇒181027656⇒321827544⇒605739096⇒
 ⇒1034804484⇒
 967⇒1
 968⇒1027⇒93⇒35⇒13⇒1

969⇒471⇒161⇒31⇒1
 970⇒794⇒400⇒561⇒303⇒105⇒87⇒33⇒15⇒9⇒4⇒3⇒1
 971⇒1
 972⇒1576⇒1394⇒874⇒566⇒286⇒218⇒112⇒136⇒134⇒
 ⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 973⇒147⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 974⇒490⇒536⇒484⇒447⇒153⇒81⇒40⇒50⇒43⇒1
 975⇒761⇒1
 976⇒946⇒638⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒
 ⇒40⇒50⇒43⇒1
 977⇒1
 978⇒990⇒1818⇒2160⇒5280⇒12864⇒21680⇒... цепочка числа 23x138
 979⇒101⇒1
 980⇒1414⇒1034⇒694⇒350⇒394⇒200⇒265⇒59⇒1
 981⇒449⇒1
 982⇒494⇒346⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1
 983⇒1
 984⇒1536⇒2556⇒3996⇒6644⇒6124⇒4600⇒6560⇒9316⇒8072⇒7078⇒
 ⇒3542⇒3370⇒2714⇒1606⇒1058⇒601⇒1
 985⇒203⇒37⇒1
 986⇒634⇒320⇒442⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒134⇒
 ⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 987⇒549⇒257⇒1
 988⇒972⇒1576⇒1394⇒874⇒566⇒286⇒218⇒112⇒136⇒134⇒
 ⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 989⇒67⇒1
 990⇒1818⇒2160⇒5280⇒12864⇒21680⇒... цепочка числа 23x138
 991⇒1
 992⇒1024⇒1023⇒513⇒287⇒49⇒8⇒7⇒1
 993⇒335⇒73⇒1
 994⇒734⇒370⇒314⇒160⇒218⇒112⇒136⇒134⇒70⇒74⇒40⇒50⇒43⇒1
 995⇒205⇒47⇒1
 996⇒1356⇒1836⇒3204⇒4986⇒5856⇒ ... цепочка числа 6x138
 997⇒1
 998⇒502⇒254⇒130⇒122⇒64⇒63⇒41⇒1
 999⇒521⇒1
 1000⇒1340⇒1516⇒1144⇒1376⇒1396⇒1054⇒674⇒340⇒416⇒466⇒236⇒
 ⇒184⇒176⇒196⇒203⇒37⇒1

Приложение 2

Диаграммы

Приложение 2 даёт возможность конкретно познакомиться с цепочками производных чисел и самостоятельно начать поиски закономерностей чисел натурального ряда. Однако Приложение 2, не позволяет увидеть некоторые качественные стороны глобальной картины, т. к. цепочки даны только для первых 1000 чисел. Данное приложение в некоторой степени дополняет Приложение 1. Я не даю какого-либо анализа, приведённых здесь диаграмм, но сами картины этих диаграмм ярко говорят о том, что натуральный ряд таит в себе многие числовые закономерности.

На диаграмме, показанной на Рис. 1, по горизонтальной оси откладываются числа натурального ряда от 1 до 30000, а по вертикальной оси числовые значения первых производных чисел.

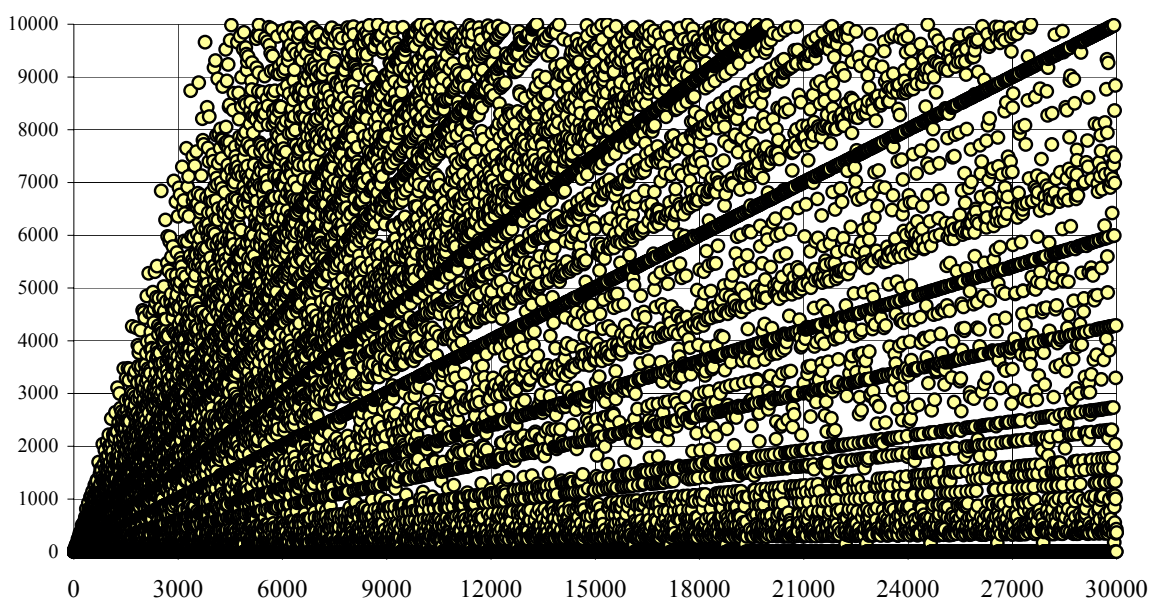


Рис. 1

Как видим, на фоне числового хаоса явно видны скопления чисел, практически идеально выстроившиеся вдоль некоторых прямых.

Масштаб вертикальной оси слишком велик и мы не можем наблюдать числовую картину вблизи горизонтальной оси.

На Рис. 2 как раз и показана такая диаграмма. По вертикальной оси рассматривается интервал производных чисел от 1 до 360.

Как видим, в «основе» этой диаграммы лежит нелинейная картина распределения первых производных чисел. Числа, которые лежат на кривой, показанной синим цветом, находятся, практически в гордом одиночестве, в «числовом» вакууме.

Что же это за числа? Все они объединены функцией $F(n): \partial(n^2) = n + 1$, где n - простое число. Т. е. каждому натуральному числу n^2 , взятому на горизонтальной оси, соответствует производное число $n + 1$, отложенное на вертикальной оси.

Есть во всём этом и некоторый символический смысл. Если рассмотреть квадратное уравнение $n^2 = n + 1$, то его решением будет ни что иное, как число φ - «золотое сечение», о котором мы уже упоминали.

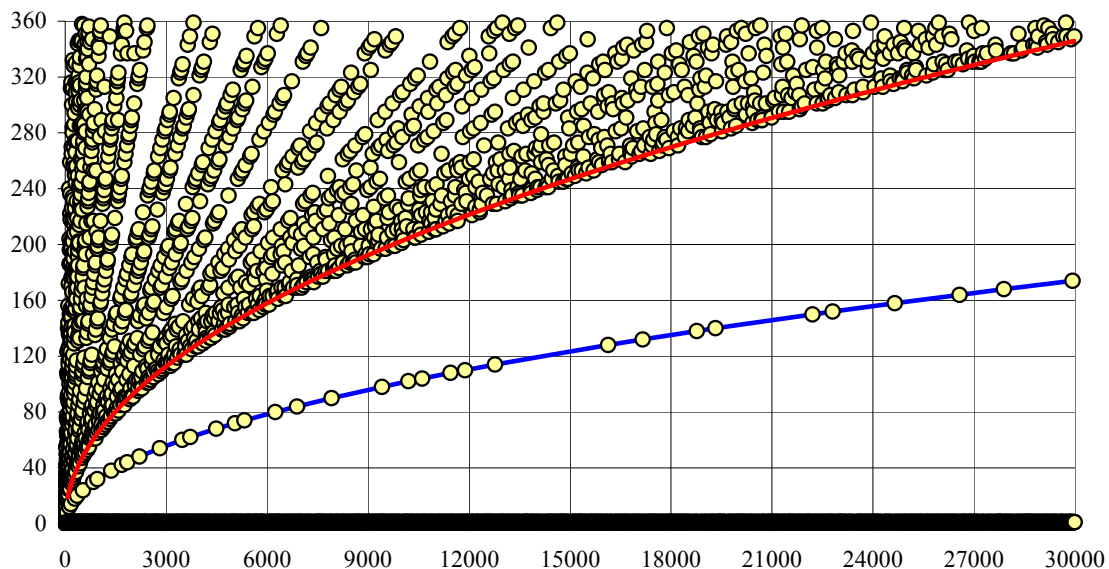


Рис. 2

Красная кривая соответствует функции $F(n^2): 2(n+1)$, где n также является простым числом, но ни одно производное число не лежит на этой кривой. Числа лежат где-то очень близко. А далее, как видим, производные числа выстраиваются в последовательности, которые на диаграмме выглядят, как прямые, составленные из кружков. Красная кривая является вроде огибающей линии для этих прямых. «Плотность» некоторых таких прямых столь высока, что они выглядят на диаграмме Рис. 1 в виде ярковыраженных тёмных прямых линий.

Чёрная толстая прямая в самом низу (Рис. 2) – это производные простых чисел, т. к. $dn = 1$, где n - простое число.

Максимально возможная картина первых производных чисел, которую мне удалось построить из двух диаграмм, показана на Рис. 3. По мере увеличения n происходит всё большее разряжение в верхних «слоях» диаграммы, что напоминает собой процесс закипания жидкости. Но картина может оказаться обманчивой при более масштабном рассмотрении.

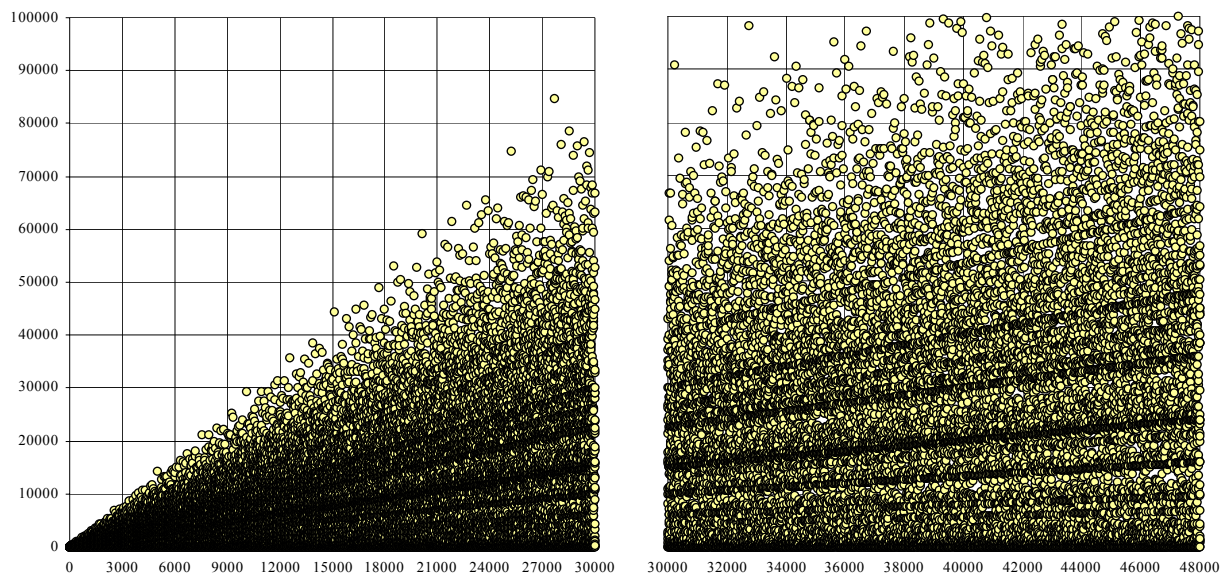


Рис. 3

Тот, кто уже успел внимательно поизучать длинные цепочки некоторых собственных чисел по Приложению 1, мог заметить, что развитие этих цепочек, как правило, не поступательное. Последовательность производных чисел не возрастающая. Иногда подёмы сменяются спадом, а потом снова происходит возрастание.

Я покажу динамику развития цепочки производных чисел на примере числа **138**. Диаграммы строились, следующим образом. Первым фиксированным числом на горизонтальной оси отмечалось число **138**, соответствующее ему число на вертикальной оси имело значение **150** – первое производное число от числа **138**. Затем на горизонтальной оси выделялось число **150**, а на вертикальной – число **222** – первое производное число от числа **150**, и т. д.. Все отмеченные точки соединялись плавной кривой.

На участке первых 50000 чисел натурального ряда картина имела такой вид (Рис.4).

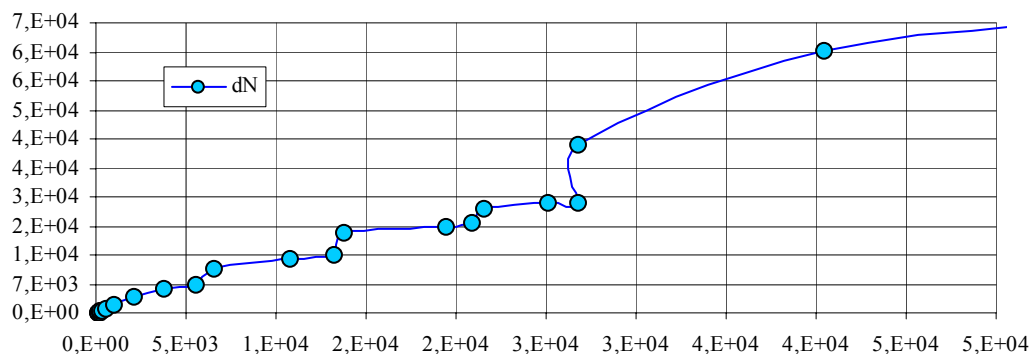


Рис. 4

Как видим, развитие цепочки производных идёт по возрастающей. На одних участках подъём пологий, на других – имеет скачкообразный характер.

На участке от 1 до 500000 чисел. Мы видим уже другую картину (Рис. 5).

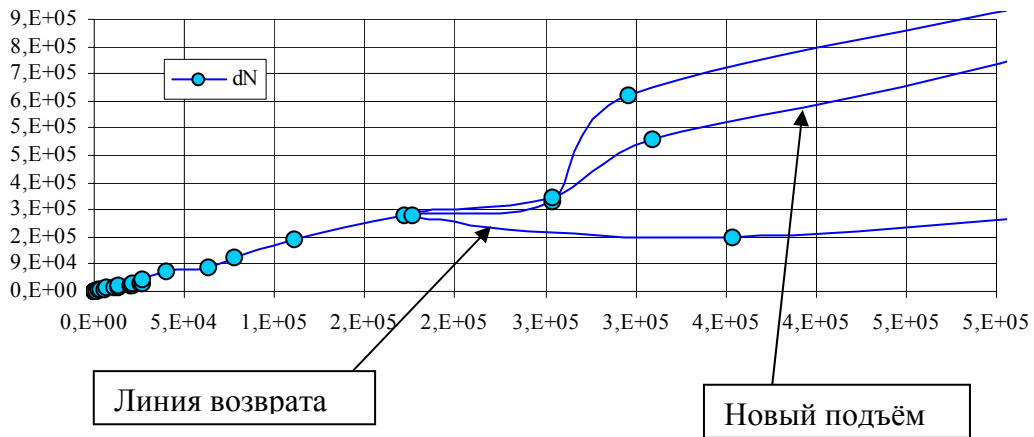


Рис.5

На первый взгляд, на Рис. 5 происходит что-то непонятное. На самом деле всё ясно. Где-то в будущем произошёл первый спад и кривая цепочек производных вернулась почти точно к некоторому исходному пункту (см. линию возврата), а затем вновь устремилась в числовое будущее.

Увеличим рассматриваемый участок ещё в 10 раз (Рис. 6).

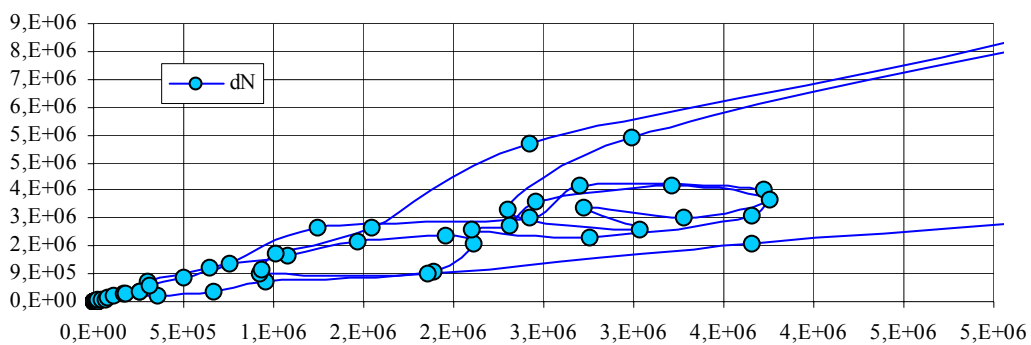


Рис. 6

Теперь мы видим, как развивались события, показанные на диаграмме Рис. 5. Кроме этого, мы видим ещё два числовых «завихрения». Но это не всё, вновь из будущего приходит линия возврата.

Увеличим рассматриваемый участок ещё в 10 раз (Рис. 7).

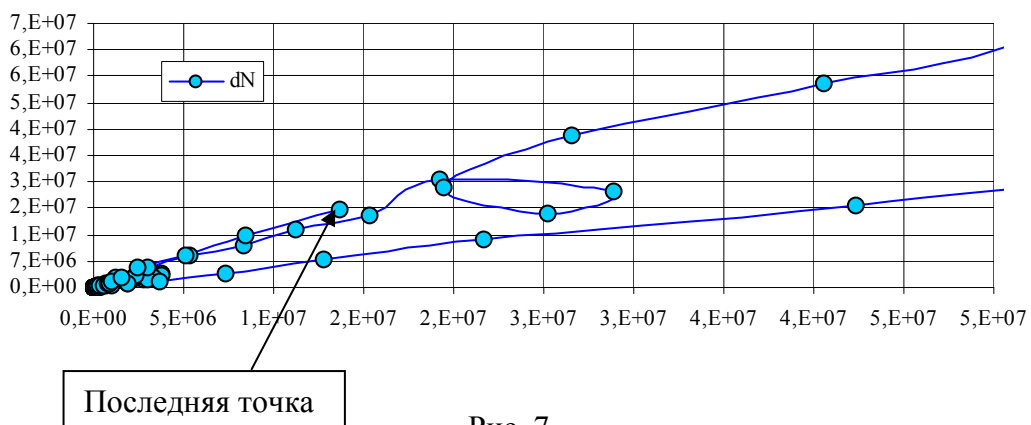


Рис. 7

На диаграмме Рис. 7 мы видим последнюю точку в наших построениях. На самом деле на этом цепочка производных не обрывается. А глобальная последняя петля показана на диаграмме Рис. П6.8.

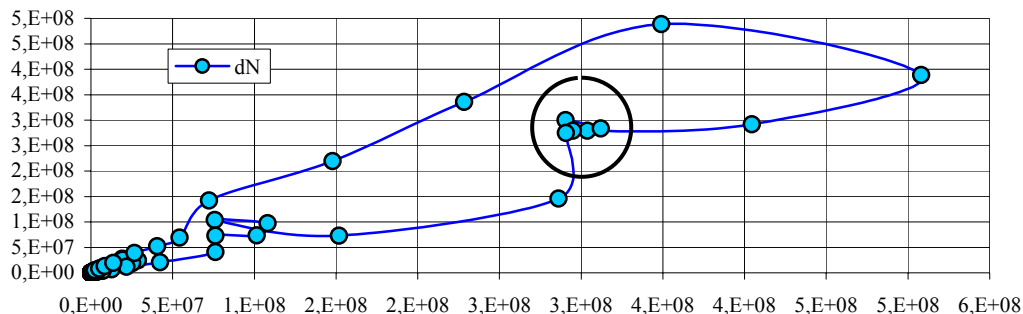


Рис. 8

Кстати, участок диаграммы на Рис. 8, выделенный кружком – это тоже петля (см. Рис. 9).

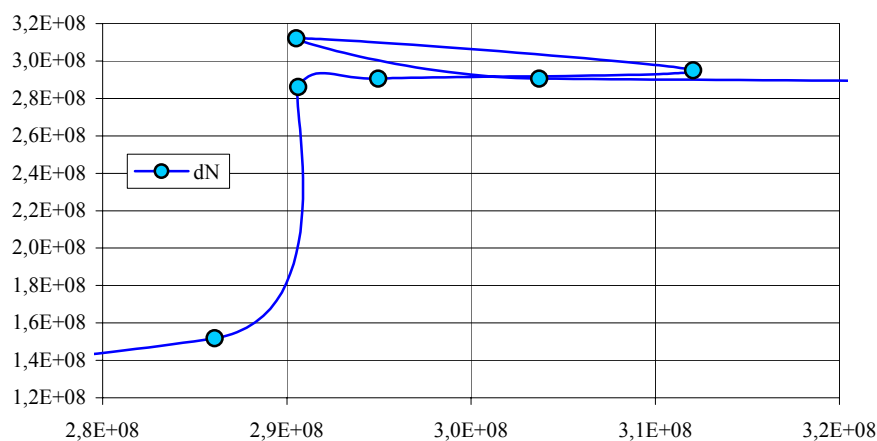


Рис. 9

Можно предположить, что «вихревое» развитие цепочек производных чисел является не случайным, а определяет некоторый числовой закон эволюции, где дальнейший подъём возможен только после некоторого возврата назад.

Мы только чуть-чуть коснулись вопросов крупномасштабной Вселенной натуральных чисел. Я уверен, что в этой числовой Вселенной сокрыто ещё очень много законов, которые ждут своих Ньютонов и Эйнштейнов.

Литература

1. И. С. Кузнецова. «Гносеологические проблемы математического знания»
«Издательство Ленинградского университета», Л., 1984
2. Ю. А. Урманцев. «Симметрия природы и природа симметрии», «Мысль», М., 1974
3. Б. Л. Ван дер Верден. «Пробуждающаяся наука», «Мир», М., 1959
4. «Хрестоматия по истории математики», под ред. А. П. Юшкевича,
«Просвещение», М., 1976
5. «Миры братьев Стругацких», Т. 5, «Астрель», М., 2003
6. М. Дрознин. «Библейский код», «ВАГРИУС», М., 2000
7. О. Оре. «Приглашение в теорию чисел», «Наука», М., 1980
8. А. С. Карпенко. «Логика Лукасевича и простые числа», «Наука», М., 2000
9. Р. Рихтмайер. «Принципы современной математической физики», Т. 2,
«Мир», М., 1984
10. Д. Мельхиседек. «Древняя тайна цветка жизни», Т.1, Т.2, «София», М., 2003
11. Г. И. Шипов. «Теория физического вакуума», «Кирилица-1», М., 2002
12. Л. Страйер. «Биохимия», Т. 3, «Мир», М., 1985
13. В. Ю. Тихоплав, Т. С. Тихоплав. «Гармония хаоса», ИД «Весь», СПб., 2003
14. «Система. Симметрия. Гармония». Под ред. В. С. Тюхтина, Ю. А. Урманцева,
«Мысль», М., 1988